

Élimination de quantificateurs

Sujet proposé par David Monniaux, chargé de recherche au CNRS, laboratoire VERIMAG, Grenoble.

1 Sujet

Considérons des formules d'arithmétique avec des quantificateurs, par exemple

$$\forall x(x \geq y \Rightarrow x \geq 1) \tag{1}$$

que l'on peut interpréter aussi bien sur les entiers, les rationnels ou les réels.

Une solution de cette formule est $y = 1$; une autre est $y = 2$. L'élimination de quantificateurs consiste à produire une formule équivalente (ayant exactement les mêmes solutions), mais sans quantificateurs : ici, on obtiendra $y \geq 1$. Il existe depuis les années 1970 des algorithmes d'élimination pour la théorie linéaire des réels (ou des rationnels, qui sont équivalentes), mais on s'est vigoureusement repeniché sur cette question ces dernières années et diverses approches ont été publiées (MONNIAUX 2010 ; BJØRNER 2010, dont). D. Monniaux et N. Bjørner ont ensuite décrit un algorithme combiné (non encore publié). L'objet de ce stage est de comprendre, raffiner et implémenter cet algorithme.

2 Compétences requises

Outre des connaissances élémentaires en géométrie et en logique, il est demandé de savoir programmer dans un langage tel que C++ ou Objective Caml.

Références

- BJØRNER, Nikolaj (2010). « Linear Quantifier Elimination as an Abstract Decision Procedure ». Dans : *IJCAR*. Comp. par Jürgen GIESL et Reiner HÄHNLE. T. 6173. LNCS. Springer, p. 316–330. ISBN : 978-3-642-14202-4. DOI : 10.1007/978-3-642-14203-1_27.
- MONNIAUX, David (2010). « Quantifier elimination by lazy model enumeration ». Dans : *Computer-aided verification (CAV)*. T. 6174. LNCS. Springer, p. 585–599. ISBN : 978-3-642-14294-9. DOI : 10.1007/978-3-642-14295-6_51.