

Langages formels, calculabilité et complexité

TD10

17 décembre 2015

Exercice 1 Si $P=NP$...

Montrer que si $P = NP$, alors tout langage de NP sauf les langages triviaux \emptyset et A^* est NP-complet. Pourquoi doit-on exclure ces langages triviaux?

Exercice 2 Factorisation

On considère les deux problèmes suivants :

- **FINDFACTOR** : Étant donné un entier positif N en binaire, trouver un facteur non-trivial de N s'il en existe un.
- **HASFACTOR?** : Étant donnés deux entiers positifs N et M en binaire, décider si N a un facteur non-trivial inférieur à M .

1. Montrer que si **HASFACTOR?** est résoluble en temps polynomial, alors aussi **FINDFACTOR**.
2. Montrer que si **FINDFACTOR** est résoluble en temps polynomial, alors aussi **HASFACTOR?**.

Exercice 3 L'étoile et la classe P

Soit L un langage qui est décidable en temps polynomial. Montrer que le langage L^* est décidable en temps polynomial.

Exercice 4 Fonctions à sens unique

Supposons que :

- on a une bijection f des entiers sur n bits vers les entiers sur n bits, pour tout n (i.e., sur une entrée x de n bits, $f(x)$ est un entier sur n bits tel que $f(x) \neq f(y)$ quand $x \neq y$).
- la fonction f se calcule en temps polynomial.
- la fonction inverse de f ne peut pas se calculer en temps polynomial. (On dit que c'est une fonction à sens unique.)

1. Montrer que si une telle bijection existe, alors $P \neq NP$. (Idée : Montrer que le langage $L = \{(x, f(y)) : x < y\}$ appartient à $NP \setminus P$.)
2. Montrer de plus, que si elle existe, alors $NP \cap coNP \neq P$.

Exercice 5 Langages et classes de complexité

1. Les langages réguliers sont-ils dans la classe P?
2. Les langages algébriques sont-ils dans la classe P?
3. Soit L_1 et L_2 deux langages de même classe de complexité P, NP ou NP-complet. Quelle est la classe de complexité de $L_1 \cup L_2$ et $L_1 \cap L_2$?