NEGATİF OLMAYAN EVRİŞİK MODELLER İÇİN SAKLI TENSÖR AYRIŞIMI ÇERÇEVESİ
A LATENT TENSOR FACTORIZATION FRAMEWORK FOR NON-NEGATIVE CONVOLUTIVE MODELS

Umut Şimşekli[1], *Yusuf Cem Sübakan*[2], *Ali Taylan Cemgil*[1]

1. Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Boğaziçi Üniversitesi, 34342 Bebek, İstanbul
{umut.simsekli,taylan.cemgil}@boun.edu.tr
2. Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümü
Boğaziçi Üniversitesi, 34342 Bebek, İstanbul
cem.subakan@boun.edu.tr

ÖZETÇE

Evrişik yapıları içeren modeller, akustik, imge işleme veya yer bilimleri gibi bir çok alandaki uygulamalarda karşımıza sıkça çıkmaktadır. Bu çalışmada, evrişik modeller ve bununla bağlantılı olan ters evrişim problemleri saklı tensör ayrışımı çerçevesinde incelenmekte ve hesap karmaşıklığı Hızlı Fourier dönüşümü kullanılarak azaltılmaktadır. Geliştirdiğimiz yöntemin, imge netleştirme gibi klasik bir işaret işleme uygulamasının yanında, evrişik yapılar içeren daha karmaşık modellerin çözümünde nasıl kullanılabileceği gösterilmektedir.

ABSTRACT

Convolutive models emerge in various domains such as acoustics, image processing or seismic sciences. In this work, we investigate the convolutive models and the related deconvolution problems in a latent tensor factorization framework. We decrease the computational complexity of the inference scheme by utilizing the Fast Fourier Transform. We also demonstrate how this framework can be used in image deblurring and in more complex models like Non-Negative Matrix Factor Deconvolution (NMFD) model.

1. GİRİŞ

Evrişik yapılar, özellikle ses ve imge işleme gibi alanlarda, karmaşık sistemlerin işaretler üzerindeki fiziksel etkilerini gerçekçi olarak betimlemek için sıkça kullanılan modellerdir [1]. Örneğin, fotoğraf makinasının sarsılması nedeniyle bulanıklaşmış bir imgeyi netleştirmek istediğimizde, imgenin net halini ve buna etki eden süzgeci kestirmek gerekmektedir. Burada bulanıklaştırma sürecini, doğrusal bir süzgeçleme işlemi olarak modelleyebiliriz, dolayısı ile elimizde basit bir evrişik model bulunmaktadır [2]. Fakat sadece bulanık imgeden yola çıkarak, yani ne süzgeç ne de net imge hakkında ön bilgi kullanmadan yapılacak kestirimin prensipte sonsuz çözümü olabilir. Bu bağlamda, ön bilginin kullanımı önem kazanmaktadır.

Ön bilgi çok çeşitli biçimlerde betimlenebilir ve belirli bir ön bilgi çerçevesinde, doğadaki süreçleri modellemek için kurulan matematiksel modeller karmaşık bir yapıya sahip olmaktadır. Dolayısıyla fiziksel gerçekliğe yakın olduklarından ötürü, evrişik yapılar bu karmaşık modellerde de karşımıza çıkmaktadır. Örneğin, Smaragdis'in [3]'te önerdiği "Negatif olmayan matris ayrışımı" (NMF) algoritmasının genişletilmiş bir hali olan "Negatif olmayan matris ters evrişimi" (NMFD) algoritması, içinde ters evrişim probleminin de bulunduğu karmaşık bir matris ayrışımı problemidir. Aynı şekilde Schmidt ve Mørup'un [4]'te önerdiği "2B Negatif olmayan matris ters evrişimi" (NMF2D) algoritması da içinde iki boyutlu ters evrişim problemi içeren bir matris ayrışımı problemidir. Bu yöntemler, içinde ses kaynak ayrışımı ve müzik transkripsiyonunun da bulunduğu birçok uygulamada kullanılmıştır.

Coyle *v.d.* [5]'te üç farklı evrişik modeli tensör ayrışımı simgelemiyle sunmuştur. Ancak sundukları simgelemin karmaşık olmasıyla birlikte, modellerde yapılacak en ufak bir değişiklik kestirim yapmak için gereken yöntemin en baştan türetilmesini gerektirmektedir. Biz bu çalışmada, evrişim içeren ve negatif olmama koşulu dışında başka koşul barındırmayan bütün ayrışım modellerinin [6]'da önerilen saklı tensör ayrışım simgeleminde nasıl tanımlanabileceğini gösteriyoruz. Bu simgelem kolay anlaşılır ve uygulanabilir olmakla birlikte, herhangi bir tensör ayrışım problemi bu simgelemde tanımlanırsa, seçilen uzaklık ölçütüne bağlı olarak, "Beklenti-Enbüyütme" (EM), "Bayır Çıkışı" (gradient ascent) ve "Dönüşümlü En Küçük Kareler" (ALS) algoritmaları için gereken güncelleme denklemleri kolayca türetilebilmektedir. Dolayısıyla, herhangi bir modeli [6]'da önerilen simgelemde göstererek aynı zamanda bu modeldeki bileşenlerin nasıl kestirileceğini de göstermiş oluyoruz. Evrişim içeren modellere örnek olarak imge netleştirme ve negatif olmayan matris ters evrişimi (NMFD) modelleri için gerekli türetmeleri yapıyoruz. Ayrıca, tensör ayrışım çerçevesinde önerilen güncelleme denklemlerinin yüksek olan karmaşıklığını, Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) algoritması kullanarak düşürüyoruz.

2. TENSÖR AYRIŞIMI ÇERÇEVESİ

Yılmaz ve Cemgil'in [6]'da geliştirdikleri saklı tensör ayrışımı çerçevesinde, gözlemlenen X tensörü, $Z_{1:N} = \{Z_\alpha | \alpha = 1 \ldots N\}$ bileşenlerinin çarpımı cinsinden, aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$X(v_0) \approx \hat{X}(v_0) = \sum_{\bar{v_0}} \prod_{\alpha} Z_\alpha(v_\alpha). \tag{1}$$

Burada, X gözlemlenebilen tensör, $\hat{X}$ model tarafından oluşturulan yaklaşık tensör, Z_α tensörü oluşturduğu varsayılan bileşenlerdir. Ayrıca, v_0, X tensörünün tanımlı olduğu ve v_α, Z_α bileşeninin tanımlı olduğu indis kümelerinin birer elemanıdır. Daha açık olmak gerekirse, modeldeki indis kümeleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$v \in V$	Modeldeki bütün indisler,
$v_0 \in V_0$	Modeldeki bütün gözlemlenen indisler,
$v_\alpha \in V_\alpha$	Z_α bileşeninin tanımlı olduğu indisler,
$\bar{v_i} \in \bar{V_i}$	$V - V_i,\ i \in \{0, \ldots, N\}$.

Bu modeldeki temel mantık şu şekilde özetlenebilir: X tensörü, bütün Z_α bileşenlerinin bütün indisler üzerinden çarpıldıktan sonra, saklı indisler üzerinden toplanmasıyla oluşmuştur.

Bu simgelemin daha iyi anlaşılması için matris ayrışım modeli örneğini verebiliriz. Matris ayrışım modeli şu şekilde tanımlanmıştır:

$$X(i,j) \approx \hat{X}(i,j) = \sum_k Z_1(i,k) Z_2(k,j).$$

Burada X gözlemlenen matris, Z_1 ve Z_2 matrisleri ise bu matrisi oluşturduğu düşünülen bileşenlerdir. Bu modeldeki indis kümeleri şu şekilde tanımlanmıştır: tüm indisler $V = \{i, j, k\}$, ilk bileşenin indisleri $V_1 = \{i, k\}$, ikinci bileşenin indisleri $V_2 = \{k, j\}$, gözlemlenen indisler $V_0 = \{i, j\}$ ve gözlemlenemeyen indisler $\bar{V_0} = \{k\}$.

Saklı tensör ayrışımı çerçevesinde çıkarım yapabilmek için, diğer bir deyişle X tensörünü gözlemledikten sonra Z_α bileşenlerini kestirebilmek için aşağıdaki ifade çözülmelidir:

$$Z^*_{1:N} = \arg\min_Z \Big(d(X \| \hat{X}) \Big). \tag{2}$$

Burada $d(\cdot)$ seçilen ıraksaklık ölçütüdür ve uygulamaya bağlı olarak çeşitli ölçütler seçilebilir. Eğer bu ölçütü, bileşenlerin negatif olmama varsayımını yaparak Kullback-Leibler-ıraksaklığı seçersek (d_{KL}), (yerel) optimaya aşağıdaki güncelleme denklemi ile ulaşabiliriz [6]:

$$\begin{aligned} d_{KL}(X \| \hat{X}) &= \sum_{v_0} X(v_0) \log \frac{X(v_0)}{\hat{X}(v_0)} - X(v_0) + \hat{X}(v_0) \\ Z_\alpha &\leftarrow Z_\alpha \circ \Delta_\alpha(M \circ X/\hat{X}) / \Delta_\alpha(M). \end{aligned} \tag{3}$$

Burada $\circ$ Hadamard çarpımıdır (iç çarpım) ve M ise ikili bir maske olup şu şekilde tanımlanmıştır:

$$M(v_0) = \begin{cases} 0 & X(v_0)\text{'ın değeri gözlemlenememişse,} \\ 1 & X(v_0)\text{'ın değeri gözlemlenebilmişse,} \end{cases}$$

ve Δ_α fonksiyonu (4) numaralı denklemdeki gibi tanımlanmıştır:

$$\Delta_\alpha\Big(A\Big) \equiv \left[\sum_{\bar{v}_\alpha} \left(A(v_0) \prod_{\alpha' \neq \alpha} Z_{\alpha'}(v_{\alpha'}) \right) \right]. \tag{4}$$

Burada, A tensörü bu fonksiyonun argümanıdır ve gözlemlenen indisler üzerinde tanımlanmıştır. Yani, (3) numaralı denklemde belirtilen güncelleme denklemleri hesaplanırken, $\Delta_\alpha(\cdot)$ fonksiyonu $A = M \circ X/\hat{X}$ ve $A = M$ için hesaplanmalıdır.

2.1. Bayesçi Yaklaşım

Banerjee *v.d.*'nin [7]'de gösterdiği üzere, düzenli Bregman ıraksaklıkları ile belirli üstel aile olasılık dağılımları arasında birebir eşleşim bulunmaktadır. Dolayısıyla, tensör ayrışım modelinde KL ıraksaklığını ($d_{KL}(X \| \hat{X})$) enküçültmek, Poisson gözlem modelinde olabilirliği enbüyütmeye denk gelmektedir:

$$Z^*_{1:N} = \arg\max_Z \Big(\log \mathcal{PO}(X; \hat{X}) \Big).$$

Burada $\mathcal{PO}$ simgesi Poisson dağılımıdır ve bu gözlem modelinin eşlenik önsel dağılımı Gamma dağılımıdır. Önsel dağılımlar dikkate alındığında güncelleme denklemleri şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} Z_\alpha(v_\alpha) &\sim \mathcal{G}(Z_\alpha(v_\alpha); A_\alpha(v_\alpha), B_\alpha(v_\alpha)/A_\alpha(v_\alpha)) \\ Z_\alpha &\leftarrow \frac{(A_\alpha - 1) + Z_\alpha \circ \Delta_\alpha(M \circ X/\hat{X})}{A_\alpha/B_\alpha + \Delta_\alpha(M)}. \end{aligned} \tag{5}$$

Burada $\mathcal{G}$ simgesi Gamma dağılımını göstermektedir. Modelde önsel dağılımlardan yararlanmanın akla ilk gelen kullanımı, bileşenlere seyreklik kısıtlaması vermeyi sağlamaktır. Bu sayede, problem hakkındaki önbilgi, eğer varsa, kolayca modele dahil edilebilmektedir.

3. EVRİŞİK MODELLER İÇİN TENSÖR AYRIŞIMI

Bu bölümde, negatif olmama koşulu dışında başka koşul barındırmayan herhangi bir evrişik modelin saklı tensör ayrışımı çerçevesinde nasıl formüle edilebileceğini gösteriyoruz. Örnek olarak temel evrişim modelinden yola çıkarak, imge netleştirme ve negatif olmayan matris ters evrişim modelleri için gerekli türetmeleri yapıyoruz.

3.1. Temel Evrişim Modeli

Doğrusal ve zamanla değişmeyen (LTI) sistemlerin giriş-çıkış denklemleri evrişim operasyonu ile ifade edilir. Ters evrişim problemindeki amaç ise gözlemlenen işareti ayrıştırıp orijinal işareti ve ona etki eden süzgeci kestirmektir. Bazı uygulamalarda; örneğin imge netleştirmede amaç işaretin orjinal halini bulmak iken, sismik işaret işleme uygulamalarında amaç toprağın yapısını anlamak amacıyla süzgecin dürtü cevabını öğrenmektir. Evrişim denklemi genel olarak aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned} X(i) \approx \hat{X}(i) &= Z_1 * Z_2 \\ &= \sum_t Z_1(t) Z_2(i-t). \end{aligned} \tag{6}$$

Burada X gözlemlenen işaret, Z_1 orijinal işaret ve Z_2 orijinal işarete etki eden süzgeç olarak tanımlanmıştır. Bizim amacımız, bu şekilde tanımlanan bir modeli tensör ayrışımı çerçevesinde gösterip, bu çerçeve dahilinde sunulan yöntemleri kullanarak kestirim yapmaktır. Bunun için öncelikle (6) numaralı denklemi (1) numaralı denklemde tanımlanan biçimde yazmamız gerekmektedir. Ancak Z_2 bileşenin indisi çıkarma işlemi ile tanımlı olduğu için aşağıda gösterilen basit dönüşümü yapmamız gerekmektedir:

$$\begin{aligned}\hat{X}(i) &= \sum_t Z_1(t) Z_2(\overbrace{i-t}^{d}) \\ &= \sum_t \sum_d Z_1(t) Z_2(d) \delta(d-i+t) \\ &= \sum_{t,d} Z_1(t) Z_2(d) Z_3(d,i,t). \qquad (7)\end{aligned}$$

Burada, $\delta(x)$ Kronecker-delta fonksiyonu olup x'in 0 olduğu noktada 1, diğer durumlarda 0 değeri almaktadır. Z_3 tensörü ise $Z_3(d,i,t) = \delta(d-i+t)$ şeklinde tanımlanmış ikili bir tensördür. Bu durumda ters evrişim problemi için indis kümelerimiz şu şekilde tanımlanmıştır: $V = \{i,d,t\}$, $V_0 = \{i\}$, $V_1 = \{t\}$, $V_2 = \{d\}$, $V_3 = \{d,i,t\}$ ve $\bar{V}_0 = \{d,t\}$.

Ters evrişim problemini [6]'da tanımlanan tensör ayrışımı simgeleminde yazdıktan sonra, kestirim yapmak için (3), (4) ve (5) numaralı denklemlerle tanımlanan güncelleme denklemlerini kullanabiliriz. Örneğin, Z_1 tensörünün güncelleme denklemlerinde kullanılacak $\Delta_1(\cdot)$ fonksiyonunu aşağıdaki gibi türetebiliriz:

$$\begin{aligned}\Delta_1(A) &\equiv \sum_{i,d} A(i) Z_2(d) Z_3(d,i,t) \\ &= \sum_{i,d} A(i) Z_2(d) \delta(d-i+t) \\ &= \sum_i A(i) Z_2(i-t) \\ &= A * \bar{Z}_2. \qquad (8)\end{aligned}$$

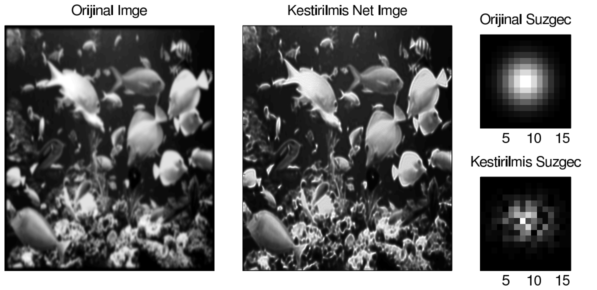
Burada A delta fonksiyonunun argümanıdır, $\bar{Z}_2(d) = Z_2(-d)$ olarak tanımlanmıştır ve $\Delta_1(\cdot)$ fonksiyonu görülebileceği üzere A ve Z_2 tensörlerinin çapraz ilintisidir. Z_2 tensörünün güncelleme denklemlerinde kullanılacak $\Delta_2(\cdot)$ fonksiyonu da aynı şekilde türetilebilir:

$$\Delta_2(A) \equiv A * \bar{Z}_1. \qquad (9)$$

Çapraz ilinti, evrişim tabanlı bir işlem olduğu için, dolanır matrisler cinsinden ifade edilebilir ve dolanır matrislerin özellikleri kullanılarak A ve Z_1 vektörlerinin çapraz ilintisi aşağıdaki gibi ifade edilebilir [8]:

$$A * \bar{Z}_1 = \overbrace{\mathbf{F}_n^{-1} \mathrm{diag}(\underbrace{\mathbf{F}_n A}_{\mathfrak{F}\{A\}}) \underbrace{\mathbf{F}_n \bar{Z}_1}_{\mathfrak{F}^*\{Z_1\}}}^{\mathfrak{F}^{-1}\{\mathfrak{F}\{A\}\mathfrak{F}^*\{Z_1\}\}}. \qquad (10)$$

Burada, $\mathbf{F}_n$, $n \times n$ boyutunda Ayrık Fourier Dönüşümü (DFT) matrisidir, $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ Fourier dönüşümünü ifade eder ve $\mathfrak{F}^*\{x\}$, $\mathfrak{F}\{x\}$'in karmaşık eşleniğinidir. Çapraz ilinti hesabında, hesaplama karmaşıklığı $O(N^2)$ olan evrişim işlemini kullanmak yerine karmaşıklığı $O(N \log N)$ olan FFT algoritmasını kullanmak, ters evrişim probleminin karmaşıklığını azaltacak ve uzun işaretlerin işlenmesinde önemli bir zaman kazancı sağlayacaktır.



Şekil 1: Basit imge netleştirme örneği. En soldaki şekilde gözlemlenen bulanık imge (X), ortaki şekilde imge netleştirme modeli kullanılarak kestirilmiş net imge (Z_1), sağdaki şekillerde ise bulanık imgeyi elde etmek için kullanılmış süzgeç ile kestirim sonucu elde edilmiş süzgeç (Z_2) bulunmaktadır.

3.2. İmge Netleştirme Modeli

İmge netleştirme, ters evrişim probleminin doğrudan bir uygulaması olup aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$\begin{aligned}\hat{X}(i,j) &= \sum_{t,\tau} Z_1(t,\tau) Z_2(\overbrace{i-t}^{d}, \overbrace{j-\tau}^{k}) \\ &= \sum_{t,d,\tau,k} Z_1(t,\tau) Z_2(d,k) Z_3(d,i,t) Z_4(k,j,\tau).\end{aligned} \qquad (11)$$

Görülebileceği üzere denklem (11), denklem (7)'nin iki boyuta genişletilmiş halidir. Burada X, elimizdeki bulanıklaşmış imgeyi, Z_1 ve Z_2 ise sırasıyla kestireceğimiz net imgeyi ve süzgeci ifade eder. Z_3 ve Z_4 tensörleri ise indislerin tensör ayrışımı çerçevesine uygunluğunu sağlamak için, bir boyutlu durumda olduğu gibi Kronecker-delta fonksiyonu olarak tanımlanmıştır. Bu problem için $\Delta_\alpha(\cdot)$ fonksiyonları bir boyutlu durumdaki gibi türetilebilir:

$$\Delta_1(A) \equiv A * \bar{Z}_2 \qquad (12)$$

$$\Delta_2(A) \equiv A * \bar{Z}_1. \qquad (13)$$

Buradaki evrişim işleci, 2 boyutlu evrişimi temsil etmektedir. Geliştirdiğimiz ters evrişim modelini, çeşitli süzgeçler ile bulanıklaştırılmış imgeler üstünde denemek için, Matlab ortamında geliştirdiğimiz grafik arayüzünü `http://www.cmpe.boun.edu.tr/~umut/siu11` adresinden edinebilirsiniz. Basit bir imge netleştirme örneği Şekil 1'de gösterilmiştir.

3.3. Negatif Olmayan Matris Ters Evrişim Modeli

Lee ve Seung'un [9]'da önerdiği negatif olmayan matris ayrışımı (NMF) modeli, ses işleme, imge işleme ve matematiksel finans gibi bir çok alanda uygulama bulmuş olup bu alanlarda başarılı sonuçlar elde etmiştir. Ancak NMF modeli zamansal bilgiyi içinde barındıramadığı için zaman dizilerini modellemekte zayıf kalmaktadır. Bu soruna çözüm olarak Smaragdis

NMF modelini genişleterek, zamansal yapısı olan bileşenlerin de tanımlanabildiği bir model olan negatif olmayan matris ters evrişim modelini (NMFD) önermiştir [3]. NMFD modeli aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned}\hat{X}(f,t) &= \sum_{\tau,i} W(f,i,\tau) H(i, \overbrace{t-\tau}^{d}) \\ &= \sum_{\tau,i,d} W(f,i,\tau) H(i,d) Z(d,t,\tau). \qquad (14)\end{aligned}$$

Burada Z tensörü $Z(d,t,\tau) = \delta(d - t + \tau)$ şeklinde tanımlanmış, indislerin tensör faktörizasyonu çerçevesine uygunluğunu sağlamak için oluşturulmuş ikili bir tensördür. X matrisi $F \times T$ büyüklüğünde, W tensörü $F \times I \times D$ büyüklüğünde ve H matrisi $I \times T$ büyüklüğündedir.

Örneğin, bir ses işleme uygulaması ele alınırsa, X, gözlemlenen genlik spektrumu; W, taban matrislerini barındıran üç boyutlu bir tensör; H ise bu taban matrislerinin hangi ağırlıklarla kullanılacağı bilgisini içeren bir matristir. Burada F toplam frekans bandı sayısı, T toplam zaman çerçevesi sayısı, I taban matrislerinin sayısı ve D ise taban matrislerinin kolon sayısıdır.

NMFD modelinde çıkarım yapmak için çeşitli yöntemler önerilmiştir, ancak modelin karmaşıklığından dolayı bu yöntemlere ulaşmak için karmaşık türetmeler gerekmektedir [10]. Bizim çerçevemizde, NMFD modelinde çıkarım yapmak için gereken tek şey $\Delta_W(\cdot)$ ve $\Delta_H(\cdot)$ fonksiyonlarını türetmektir ve bu fonksiyonlar (8). denklemdeki yöntemle aşağıdaki gibi türetilebilir:

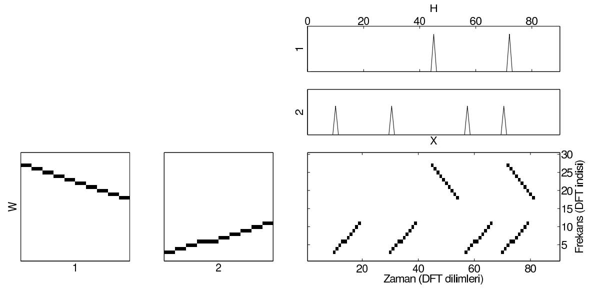
$$\Delta_W(A) = \left\{ A_f * \bar{H}_i \right\}_{(f,i)\in F\times I} \qquad (15)$$

$$\Delta_H(A) = \left\{ \sum_f A_f * \bar{W}_{f,i} \right\}_{i\in I}. \qquad (16)$$

Burada $A_f(t) = A(f,t)$, $\bar{H}_i(d) = H(i,-d)$ ve $\bar{W}_{f,i}(\tau) = W(f,i,-\tau)$ olarak tanımlanmıştır. Küme parantezlerinin altında belirtilen ifadelerden de anlaşılacağı gibi, $\Delta_W(\cdot)$ fonksiyonunda her (f,i) ikilisi için bir çapraz ilinti hesabı yapılacaktır. Aynı şekilde $\Delta_H(\cdot)$ fonksiyonunda her (f,i) ikilisi için bir çapraz ilinti hesabı yapılacak ve daha sonra f indisi üzerinden toplanacaktır. 3.1. bölümde bahseldiği gibi, bu fonksiyonların hesap karmaşıklığı FFT algoritması kullanılarak düşürülebilir. Basit bir NMFD örneği Şekil 2'te gösterilmiştir.

4. VARGILAR

Bu çalışmada, akustik, imge işleme gibi bir çok alanda karşımıza sıkça çıkan evrişik yapıları içeren modeller, [6]'da önerilen saklı tensör ayrışımı çerçevesinde incelenmiştir. Herhangi bir model bu tensör ayrışımı simgeleminde tanımlandığında "en iyi olabilirlik" (ML) ve "en iyi sonsal" (MAP) kestirimleri için gereken güncelleme denklemleri hızlı bir şekilde türetilebilmektedir. Bu modellere örnek olarak, bu çalışmada, imge netleştirme modeli ve negatif olmayan matris ters evrişimi modeli için gereken türetmelerin nasıl yapılacağı gösterilmiş ve elde edilen güncelleme denklemlerinin hesap karmaşıklığı FFT algoritması kullanılarak azaltılmıştır.



Şekil 2: Basit NMFD örneği. Sağ alttaki şekilde gözlemlenen spektrum (X), soldaki iki şekilde NMFD modeli kullanılarak kestirilmiş taban matrisleri (W), sağ üstteki şekillerde ise taban matrislerinin hangi ağırlıklarla kullanılacağını belirleyen ağırlık matrisinin satırları (H) bulunmaktadır.

Yer darlığından dolayı, bu çalışmada yeni algoritmalara yer vermek yerine, bilinen yöntemleri saklı tensör ayrışımı çerçevesinde inceledik. İlerdeki çalışmalarımızda, bu çalışmada sunulan çerçeve dahilinde yeni modeller tanımlayıp, ML ve MAP kestirimlerinin yanı sıra "Tam Bayesçi" (full Bayesian) çıkarım yöntemlerini de inceleyeceğiz.

5. TEŞEKKÜR

Bu çalışma Türkiye Bilimsel ve Teknik Araştırmalar Kurumu (TÜBİTAK) tarafından 110E292 nolu araştırma projesi kapsamında desteklenmektedir. Umut Şimşekli'nin çalışması TÜBİTAK BİDEB 2211 bursuyla desteklenmektedir.

6. KAYNAKÇA

[1] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky, "Signals & Systems", *Prentice Hall*, 2/e, 1997, pp.74-102

[2] M. S. C. Almeida, L. B. Almeida, "Blind and Semi-Blind Deblurring of Natural Images", *IEEE Trans. Image Process. Jan;19(1):36-52,* 2010

[3] P. Smaragdis. "Non-negative Matrix Factor Deconvolution, Extracation of Multiple Sound Sources from Monophonic Inputs", *Independent Component Analysis and Blind Signal Separation*, 2004, pp. 494-499

[4] M. N. Schmidt, M. Mørup, "Nonnegative Matrix 2d Deconvolution for Blind Single Channel source Seperation", *International Conference on Independent Component Analysis and Signal Separation*, 2006

[5] D. Fitzgerald, M. Cranitch, E. Coyle, "Extended Nonnegative Tensor Factorisation Models for Musical Sound Source Separation", *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2008

[6] Y. K Yılmaz, A. T. Cemgil, "Probalistic Latent Tensor Factorization", *LVA/ICA* 2010

[7] A. Banerjee, S. Merugu, I. S. Dhillon, J. Ghosh, "Clustering with Bregman Divergences", *Journal of Machine Learning Research 6*, 2005

[8] G. H. Golub, C. F. Van Loan, "Matrix Computations", 3/e, *Johns Hopkins Studies in the Mathematical Sciences*, 1996, pp.193-204

[9] D. D. Lee, H. S. Seung, "Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization", *Nature*, 1999

[10] S. Kirbiz, A. T. Cemgil,B. Gunsel, "Bayesian Inference for Non-negative Matrix Factor Deconvolution Models"