

Mathématiques 2

L1 Sciences Economiques

Université Paris 2, Melun

Année Universitaire 2016–2017

Christina Pawlowitsch

TD 2

Suites données par des relations de récurrence

Exercice 1

Etudiez la convergence des suites donnée par les relations de récurrences et les conditions initiales suivantes :

$$(1) \quad x_{n+1} = \frac{1}{2}x_n + \frac{1}{4}$$

avec (a) $x_0 = 0$ et (b) $x_0 = 1$.

$$(2) \quad x_{n+1} = 3x_n + 2$$

avec (a) $x_0 = -4$ et (b) $x_0 = 0$.

$$(3) \quad x_{n+1} = x_n^2 + x_n - 1$$

avec (a) $x_0 = \frac{1}{2}$ et (b) $x_0 = 2$.

$$(4) \quad x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n}$$

avec (a) $x_0 = 0$ et (b) $x_0 = 4$.

Exercice 2

Théorème : Soit $\{x_n\}$ une suite définie par une relation de récurrence d'ordre 1, $x_{n+1} = f(x_n)$ avec x_0 donné. Si $f(\cdot)$ est croissante, alors :

(a) si $x_0 \leq x_1$, alors $\{x_n\}$ est une suite croissante,

(b) si $x_0 > x_1$, alors $\{x_n\}$ est une suite décroissante.

Problème : Donnez un exemple pour le point (a) et un exemple pour le point (b) de ce théorème.