

Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage

cours 4 du 8 mars 2011.

1. Montrer que si $H(Y|X) = 0$ alors Y est une fonction de X , c'est à dire que pour tout x tel que $p(x) > 0$, il existe un unique y tel que $p(x, y) > 0$.
2. Montrer que si les composantes de $\mathbf{U} = (U_1, \dots, U_k)$ sont indépendantes alors $I(\mathbf{U}; \mathbf{V}) \geq \sum_{i=1}^k I(U_i; V_i)$.
3. Montrer que l'inégalité de Fano donne une borne supérieure et une borne inférieure pour P_e en fonction de $H(X|Y)$. Donner une interprétation heuristique pour la borne supérieure.
4. On reprend les notations du cours concernant une course de m chevaux. On considère le cas où le joueur peut choisir de ne pas miser une fraction de sa fortune b_0 .
 - a) Si les cotes sont équitables, c'est à dire $\sum_{i=1}^m \frac{1}{o_i} = 1$, montrer que la stratégie optimale consiste à tout parier de façon proportionnelle à p .
 - b) Si les cotes sont favorables, $\sum_{i=1}^m \frac{1}{o_i} < 1$, montrer qu'il est possible de parier sans risque, c'est à dire la fortune du joueur augmente à chaque course avec probabilité 1.
 - c) Dans le cas favorable, quelles est la stratégie optimale?