

MATHEMATIQUES 2 - Cours de Mme Morhaim

Exercice 1

Optimiser les fonctions suivantes

1) $f(x_1, x_2) = e^{x_1^4 + x_2^2 - 2x_1^2}$ sur \mathbb{R}^2

2) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2$

a) sous la contrainte $x_1 + x_2^2 = 1$

b) sous la contrainte $x_1^2 - \frac{1}{4}x_2^2 = 1$

3) $f(x_1, x_2) = x_1 + 2x_2$ sous la contrainte $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 - 4x_2 = -1$

4) $f(x_1, x_2) = x_1^{-1} + x_2^{-1}$ sous la contrainte $x_1^{-2} + x_2^{-2} = 1$

5) $f(x_1, x_2) = \frac{1}{3}x_1^3 + \frac{1}{3}x_2^3 - x_1x_2$ sous la contrainte $x_1 + x_2 = 2$

6) $f(x_1, x_2) = \ln(x_1x_2)$ sous la contrainte $x_1^2 + x_2^2 = 1$

7) $f(x_1, x_2) = e^{x_1^4 + x_2^2 - 2x_1^2}$

a) sous la contrainte $x_1^2 + x_2 = 1$

b) sous la contrainte $x_1^2 + x_2^2 = 1$

Exercice 2

On considère une fonction d'utilité Cobb-Douglas $U(x_1, x_2) = kx_1^a x_2^{1-a}$, $k > 0, a \in]0, 1[$ qui dépend des quantités x_1 et x_2 consommées respectives de deux biens B_1 et B_2 . On note p_1 et p_2 les prix unitaires respectifs des biens B_1 et B_2 , et w le montant consacré par le consommateur à l'achat de ces deux biens. Optimiser la fonction d'utilité sous la contrainte de budget.

A.N. : a) $a = \frac{1}{4}, k = 2, p_1 = 1, p_2 = 2, w = 500$

b) $a = \frac{1}{4}, k = 2, p_1 = 1, p_2 = 2, w = 501$