

Couplage dans les graphes bipartis

Florian Bourse

Objectif

- Générer un graphe biparti aléatoire sur $2n$ sommets $\{x_0, \dots, x_{n-1}, y_0, \dots, y_{n-1}\}$, où la probabilité pour chaque $(i, j) \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket^2$, les sommets x_i et y_j sont reliés avec probabilité p (paramètre à faire varier lors des expériences).
- Calculer un chemin augmentant étant donné un graphe biparti et un couplage dans ce graphe s'il existe.
- Calculer un couplage de cardinal maximum dans un graphe biparti.
- Calculer un couplage maximal dans un graphe biparti.
- Estimer la probabilité qu'un graphe biparti tel que décrit précédemment admet un couplage parfait en fonction de n et p .

Suggestion de structures de données

Pour le graphe biparti

On peut le représenter par liste d'adjacence. Le graphe est entièrement déterminé par les listes des voisins des x_i .

Pour le couplage

L'opération qui nous intéresse est de trouver le x_i couplé à un y_j donné s'il existe. On peut se contenter d'un tableau donnant pour chaque y_j le x_i auquel il est apparié et une valeur sentinelle (par exemple -1) s'il est libre.

Pour les sommets libres

On peut calculer facilement l'ensemble des sommets x_i libres à partir du couplage et par exemple le stocker dans un tableau de booléens.

Pour les chemins augmentant

Le plus naturel est de garder en mémoire l'arborescence du parcours qui a mené à la découverte du chemin augmentant, par exemple à l'aide d'un tableau `parent`.