

Oraux blancs MPI

type CCMT

Florian Bourse

Exercice 1

1. Dessiner un automate reconnaissant le langage des mots u sur l'alphabet $\{a, b\}$ dont le nombre de a et le nombre de b ont même parité : $|u|_a = |u|_b \pmod{2}$.
2. Dessiner l'automate de Glushkov associé au langage L représenté par l'expression régulière : $\mathbf{a(a|b)b}$
3. Soit L un langage régulier sur l'alphabet Σ et $\mathcal{A}$ d'ensemble d'états Q un automate le reconnaissant. Montrer que si L est infini, alors il existe $u \in \Sigma^*$ non vide et $q \in Q$ tel que $q \xrightarrow{u} q$ dans $\mathcal{A}$.
4. Proposer un algorithme qui permet de déterminer si le langage reconnu par un automate $\mathcal{A}$ est fini ou non.
5. Discuter de la complexité de l'algorithme proposé.

Exercice 2

cf annexe pour un rappel des règles de la déduction naturelle
Nous avons les faits suivants :

1. Si Informatix réussit sa preuve, il sera content.
2. S'il pleut, Informatix restera chez lui.
3. Si Informatix ne reste pas chez lui, alors il sera content.
4. Chez lui, Informatix s'entraîne.
5. Informatix réussira sa preuve s'il s'entraîne.

Nous posons les variables propositionnelles suivantes :

π : Informatix réussit sa preuve ;

C : Informatix sera content ;

P : il pleut ;

R : Informatix reste chez lui ;

E : Informatix s'entraîne.

1. Formaliser les 5 faits listés à l'aide de formules logiques propositionnelles.
2. Montrer, en déduction naturelle, qu'Informatix sera content.
3. Peut-on montrer qu'Informatix réussira sa preuve ? justifier.

A Annexe : Rappel des règles de la déduction naturelle

Les arbres de preuves doivent être effectués à partir de l'ensemble de règles fourni ci-dessous.

$$\begin{array}{c}
 \frac{}{\Gamma, p \vdash p} (Ax) \\
 \\
 \frac{\Gamma \vdash p \quad \Gamma \vdash q}{\Gamma \vdash p \wedge q} (\wedge_i) \quad \frac{\Gamma \vdash p \wedge q}{\Gamma \vdash p} (\wedge_e) \quad \frac{\Gamma \vdash p \wedge q}{\Gamma \vdash q} (\wedge_e) \\
 \\
 \frac{\Gamma \vdash p}{\Gamma \vdash p \vee q} (\vee_i) \quad \frac{\Gamma \vdash q}{\Gamma \vdash p \vee q} (\vee_i) \quad \frac{\Gamma \vdash p \vee q \quad \Gamma, p \vdash \varphi \quad \Gamma, q \vdash \varphi}{\Gamma \vdash \varphi} (\vee_e) \\
 \\
 \frac{\Gamma, p \vdash q}{\Gamma \vdash p \rightarrow q} (\rightarrow_i) \quad \frac{\Gamma \vdash p \rightarrow q \quad \Gamma \vdash p}{\Gamma \vdash q} (\rightarrow_e) \\
 \\
 \frac{\Gamma, p \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg p} (\neg_i) \quad \frac{\Gamma \vdash p \quad \Gamma \vdash \neg p}{\Gamma \vdash \perp} (\neg_e) \\
 \\
 \frac{\Gamma, p \vdash q \quad \Gamma, \neg p \vdash q}{\Gamma \vdash q} (t.e.) \quad \frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash p} (\perp_e)
 \end{array}$$