

Oraux blancs MPI

type CCMT

Florian Bourse

Exercice 1

On s'intéresse au problème d'optimisation MAX-CUT défini comme suit :

Instance : Un graphe non orienté $G = (S, A)$.

Solution : Une partition non triviale des sommets $X \subset S$, $X \neq S$, $X \neq \emptyset$ (appelée *coupe*).

Optimisation : Maximiser $|\{(x, y) \in A \mid x \in X, y \notin X\}|$ (le nombre d'arêtes qui traversent la coupe).

1. Décrire le problème de seuil associé k -MAX-CUT.
2. Montrer que k -MAX-CUT \in NP.
3. On admet que le problème k -MAX-CUT est NP complet. Montrer que le problème k -MAX-2-SAT, défini comme suit, est NP complet.

Instance : Une formule de logique propositionnelle φ en forme normale conjonctive dont chaque clause comporte au plus 2 littéraux.

Solution : V si et seulement si il existe une valuation ϑ qui satisfait au moins k clauses de φ .

4. Proposer un algorithme d'approximation probabiliste pour le problème MAX-CUT.

Exercice 2

On considère la grammaire \mathcal{G} de symbole initiale S définie par les règles de production suivantes :

$$S \rightarrow S + S \mid S \times S \mid (S) \mid 2$$

1. Donner une dérivation gauche de $(2 + 2) \times 2$
2. Montrer que \mathcal{G} est ambiguë.
3. Proposer une grammaire reconnaissant les entiers sans 0 inutile en tête.
4. Le langage engendré par \mathcal{G} est-il régulier ?