

Exercice 1 *Calculs avec les flottants (type B)*

*Consignes : Cet énoncé est accompagné d'un code compagnon en C, `flottants.c` fournissant les structures de données et certaines fonctions mentionnées dans l'énoncé. Il est à compléter en y implémentant les fonctions demandées. La ligne de compilation `gcc -o main.exe *.c -lm` vous permet de créer un exécutable `main.exe`. Vous pouvez également utiliser l'utilitaire `make`. En ligne de commande, il suffit de taper `make`. Dans les deux cas, si la compilation réussit, le programme peut être exécuté avec la commande `./main.exe`. Si vous désirez forcer la compilation de tous les fichiers, vous pouvez au préalable nettoyer le répertoire en faisant `make clean` et relancer `make`.*

Un nombre réel x est représenté en machine en base 2 par un flottant qui a un signe s , une mantisse m et un exposant e tel que $x = s \times m \times 2^e$. Dans la norme IEEE 754, en convention normalisée la partie entière de la mantisse est 1 qui est un bit caché. En simple précision, le signe est codé sur 1 bit, la partie décimale de la mantisse sur 23 bits et l'exposant sur 8 bits. En double précision, le signe est codé sur 1 bit, la partie décimale de la mantisse sur 52 bits et l'exposant sur 11 bits.

Dans cet exercice, on observe le résultat de calculs obtenus par un programme. On pourra utiliser la fonction de signature : `double pow(double v, double p)` qui calcule v^p .

1. Dans la fonction principale `main`, on a défini 3 variables a, b, c de type `double`. Compléter le code pour calculer et afficher le résultat des opérations $(a + b) + c$ et $a + (b + c)$. Que constatez-vous ?
2. Compte tenu des approximations faites lors du codage, on peut trouver plusieurs nombres x tels que $1 + x = 1$ après un calcul fait par la machine. Le plus petit nombre représentable exactement en machine et supérieur à 1 s'écrit $1 + \epsilon$, avec ϵ un réel appelé ϵ machine. On admet que ϵ s'écrit sous la forme 2^{-n} avec n un entier naturel strictement positif. Écrire une fonction de signature `double epsilon()` qui renvoie la valeur de n . Justifier cette valeur.
3. On considère une suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par

$$\begin{cases} u_0 &= 2 \\ u_1 &= -4 \\ u_n &= 111 - \frac{1130}{u_{n-1}} + \frac{3000}{u_{n-1} \times u_{n-2}} \text{ si } n \geq 2 \end{cases}$$

Écrire une fonction de signature `double u(int n)` qui renvoie la valeur du terme u_n .

4. La limite théorique de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est 6. Compléter la fonction `main` afin d'afficher les 22 premiers termes de la suite. Vers quelle valeur semble tendre la suite ?
5. On définit une liste chaînée de nombres à l'aide d'une structure `nb` comportant un `double` et un pointeur vers une structure `nb` définie ci-dessous

```
struct nb {double x; struct nb* suivant};
```

Écrire une fonction de signature `double somme(struct nb* tab)` qui calcule la somme des éléments de la liste `tab`.

6. L'algorithme suivant permet d'augmenter la précision du calcul lors du calcul d'une somme.

Entrée : Une liste l de réels triée dans l'ordre croissant de taille au moins 2.
Sortie : La somme des réels contenus dans la liste l .
tant que la liste l contient strictement plus d'un élément
 Calculer la somme $s = x + y$ des deux premiers éléments x et y de l
 Supprimer x et y de l
 Insérer s dans l de sorte à ce que l reste triée
renvoyer l'unique élément de l

- Compléter la fonction `somme2` qui implémente cet algorithme.
- La fonction proposée ne prend pas en compte un cas d'insertion. Illustrer ce propos.

Commentaires du jury

1. Le jury attend une brève explication du comportement constaté.
2. Le jury attend une explication faisant le lien entre la valeur trouvée et le format de représentation des flottants rappelé dans l'énoncé.
3. Une fonction récursive naïve suffit à obtenir tous les points à cette question mais le candidat est bien entendu libre de stocker les valeurs de la suite demandée pour éviter d'avoir à les recalculer.
4. La question ne demande pas de justifier la limite théorique. Le jury doit voir apparaître les premiers termes correctement et clairement affichés.
- 5.
6. À cette question, un candidat qui aurait fait le choix d'implémenter `somme2` directement et sans utiliser le code déjà fourni et en expliquant sa démarche aurait eu tous les points.