Ecole normale supérieure
MPRI - M2 - Cours 2.6

Cours « Interprétation abstraite : application à la vérification et à l'analyse statique »

Examen du 17 novembre 2006
$8^h45 - 11^h45$, Salle U/V

P. COUSOT

On considère un langage de programmation impératif, défini syntaxiquement par :

$X \in \mathbb{X}$: un ensemble de variables

$L \in \mathbb{L}$: un ensemble d'étiquettes

$E \in \mathbb{E}$: l'ensemble des expressions entières

$$E ::= 1 \mid E_1 - E_2 \mid X$$

$C \in \mathbb{C}$: l'ensemble des commandes

$$\begin{array}{rll} C ::= & L : \texttt{skip} & \\ \mid & L : X := E & \\ \mid & L : \underline{\texttt{if}}\ E\ \underline{\texttt{then}}\ C_1\ \underline{\texttt{else}}\ C_2\ \underline{\texttt{fi}} & \\ \mid & L : \underline{\texttt{while}}\ E\ \underline{\texttt{do}}\ C\ \underline{\texttt{od}} & \\ \mid & C_1 ; \ldots ; C_n & n \geq 0 \end{array}$$

où les expressions arithmétiques valant 0 sont fausses dans les tests et vraies pour les autres valeurs.

$P \in \mathbb{P}$: l'ensemble des programmes

$$P ::= C ; L :$$

Question 1 (*)

Définir une sémantique opérationnelle des petits pas du langage.

Question 2 (***)

Definir une semantique de traces complètes finies ou infinies du langage

On considère l'abstraction α_c des traces d'une commande c en un transformateur d'ensemble d'etats mémoire

$C.\Sigma$: ensemble d'etats de C

$C.\Sigma^\infty$: traces finies ou infinies de C

$C.\Sigma^+ = C.\Sigma^\infty \cap \left(\bigcup_{n\geq 0} [0, n[\longrightarrow C.\Sigma\right)$ traces finies

$C.\Sigma^\omega = C.\Sigma^\infty \cap \left(\mathbb{N} \longrightarrow C.\Sigma\right)$ traces infinies

$$\alpha_c \in \wp(C.\Sigma^\infty) \longrightarrow \left(\wp(C.R) \longrightarrow \wp(C.R)\right)$$

$$\alpha_c(X) = \lambda R.\{\rho \mid \exists \rho' \in R : \exists \sigma : \langle C.\mathrm{at}, \rho\rangle \sigma \langle C.\mathrm{after}, \rho'\rangle \in X \cap C.\Sigma^+\}$$

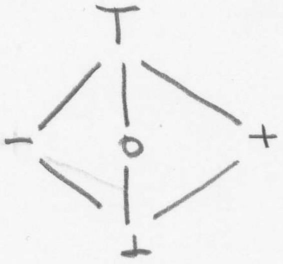
Question 3 (*)

Demontrer que α est l'adjoint d'une correspondance de Galois

Question 4 (**)

Dériver par interprétation abstraite, la semantique abstraite qui est l'image de la semantique de traces finies ou infinies du langage par l'abstraction α.

On considère le treillis des signes suivant :



tel que

$$\gamma(\perp) = \emptyset$$
$$\gamma(-) = \{z \in \mathbb{Z} \mid z < 0\}$$
$$\gamma(0) = \{0\}$$
$$\gamma(+) = \{z \in \mathbb{Z} \mid z > 0\}$$
$$\gamma(\top) = \mathbb{Z}.$$

Question 5 (**)

Dériver par interprétation abstraite, la sémantique de signes du langage qui est l'image de la sémantique de la question 4 par l'abstraction des signes définie ci-dessus.