

Les ombres des spectraèdres

Encadrant : Didier Henrion, LAAS-CNRS Toulouse et Univ. Tech. Tchèque, Prague

Coordonnées : henrion@laas.fr, homepages.laas.fr/henrion, 05 61 33 63 08

Les **spectraèdres** sont des objets convexes à la géométrie complexe, une généralisation des polyèdres dont les arêtes et les faces peuvent être incurvées. Certains ingénieurs et mathématiciens rencontrent des spectraèdres quand ils étudient des problèmes de commande des systèmes (par exemple comment assurer que le lanceur Ariane 5 suive bien sa trajectoire atmosphérique même en présence de rafales de vent) ou alors de conception de structures mécaniques (pour concevoir les pièces d'une construction, pour assurer qu'un pont soit suffisamment solide). Sur un ordinateur, on peut manipuler facilement les spectraèdres à l'aide de la programmation semi-définie et des inégalités matricielles linéaires, une branche moderne de l'optimisation.

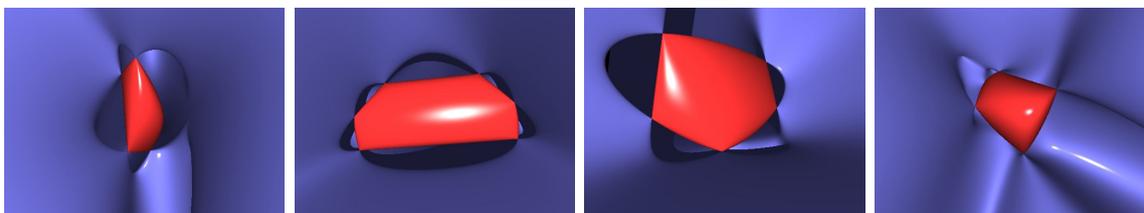


FIGURE 1 – Quelques spectraèdres

Certains aspects de la géométrie des spectraèdres dans le plan et l'espace sont évoqués dans les articles [1] et [2]. En particulier, ces articles étudient les **coupes** des spectraèdres, c'est-à-dire leurs intersections (de dimension 2 et 3) par des espaces affines.

L'objet du projet est de poursuivre l'exploration de la géométrie de ces objets et en particulier d'étudier les **ombres** des spectraèdres, c'est-à-dire leurs projections sur des espaces affines (de dimension 2 et 3) :

- Dans un premier temps, il s'agit d'étudier la géométrie algébrique élémentaire des spectraèdres, et notamment de comprendre qu'un spectraèdre est défini comme une composante connexe convexe (en rouge sur les figures) délimitée par la variété déterminantielle (en bleu sur les figures) d'une forme linéaire symétrique.
- Dans un second temps, il faudra comprendre comment les figures ci-dessus (des coupes de spectraèdres) ont été réalisées à l'aide du logiciel de tracé de rayon POV-Ray.
- Dans un dernier temps, il faudra savoir étendre ces idées et utiliser l'élimination des quantificateurs en géométrie algébrique réelle pour savoir représenter des ombres de spectraèdres.

Références :

- [1] D. Henrion. Les coupes des spectraèdres. Images des Mathématiques, CNRS, 2010. images.math.cnrs.fr/Les-coupes-des-spectraedres.html
- [2] D. Henrion. Les ovales des spectraèdres. Images des Mathématiques, CNRS, 2011. images.math.cnrs.fr/Les-ovales-des-spectraedres.html