

Polyèdres de Klein et combinatoire des mots

Proposition de stage
Ecole Normale Supérieure

31 janvier 2014

Encadrant: Yan Gerard
Laboratoire d'accueil: ISIT, UMR 6284 UdA-CNRS
Equipe: ALCoV
Lieu: France/Clermont-Fd
Téléphone: 06.11.12.34.65
Email: yan.gerard@udamail.fr

Mots clés : Théorie algébrique des nombres, Voile d'Arnold-Klein, Polyèdre de Klein, Fractions continues, Combinatoire des mots.

Cadre : Laboratoire ISIT / Equipe ALCoV

Le stage proposé se déroulera à Clermont-Fd dans les locaux du laboratoire ISIT (Image Science for Interventional Techniques), créé en 2011 par l'Université d'Auvergne, dirigé par J-Y. Boire et reconnu par le CNRS en 2012. L'équipe ALCoV se compose de quatre permanents mathématiciens et informaticiens - A. Bartoli (médaille de Bronze CNRS), Y. Gerard (X92) maître de conférences et encadrant du stage, JM Favreau et C. Samir ainsi que de chirurgiens, d'un radiologue et d'un groupe cosmopolite de jeunes chercheurs (post-docs et étudiants en thèse). Il y aura aussi parmi les chercheurs susceptibles d'intervenir avec le stagiaire Jean-Pierre Reveillès, membre associé du laboratoire.

Sujet de stage

Bien que les projets d'ISIT soient essentiellement tournés vers des applications médicales, en chirurgie gynécologique pour ce qui concerne l'équipe ALCOV, nous proposons un sujet de nature très théorique qui se rattache à l'informatique et aux mathématiques. Depuis le théorème de Lagrange, selon lequel le développement en fraction continue d'un nombre algébrique quadratique est ultimement périodique, de nombreux mathématiciens ont tenté d'étendre ce résultat aux nombres algébriques de degrés supérieurs en proposant une extension de la notion de fraction continue. L'une des voies proposées par V.I Arnold consiste à voir les fractions continues sous forme géométrique - comme l'enveloppe convexe de points du réseau des entiers dans un cône- dans la continuité des travaux de Klein au siècle précédent. Ces surfaces sont appelées voiles d'Arnold-Klein. Plusieurs travaux ont suivi dans cette direction, si bien que ce type de généralisation commence à être un peu mieux connue. Des travaux de synthèse, comme ceux en cours par J-P Réveillès sont néanmoins bienvenus. C'est dans ce cadre que nous proposons dans un premier temps une initiation aux voiles d'Arnold-Klein et dans un second temps un travail de recherche autour de la combinatoire des mots. L'approche "voile d'Arnold-Klein" est en effet de nature géométrique alors que d'autres tentatives pour généraliser les fractions continues se trouvent du côté de la combinatoire des mots (avec une généralisation des mots de Sturm, des substitutions, des billards...). Le but du stage est d'essayer de trouver des relations entre ces différents point de vue : géométrique et combinatoire.

Compétences demandées au stagiaire

Un intérêt prononcé pour la théorie et les mathématiques est souhaitable. Des connaissances en théorie algébrique des nombres peuvent être bienvenues, mais je n'en suis moi-même pas spécialiste. Quelques jours peuvent suffir pour assimiler les notions nécessaires. Il s'agit d'un stage réellement à la frontière des mathématiques et de l'informatique, qui peut pencher d'un côté ou de l'autre. Son contenu peut varier en fonction des goûts et intérêts de l'étudiant. Notre objectif est de faire découvrir au stagiaire le monde de la recherche scientifique à travers un sujet qui combine des interactions entre différents domaines de l'informatique et de smathématiques. Il est aussi de stimuler sa curiosité et sa créativité en lui soumettant un problème très riche.

Bibliographie

ARNOLD V.I., *Higher dimensional continued fractions*. Regular and Chaotic Dynamics, 3 :10-17, 1998. MR 2000h :11012 ;

Klein F., *Sur une description géométrique des fractions continues*. Nouvelles annales de Mathématiques, 3eme série, tome 15, 327-331, 1996.

KORKINA E., *La périodicité des fractions continues multidimensionnelles*. C. R. Acad. Sci, 319 : 777-780, 1994. MR95j :11064

LACHAUD G., *Sails and Klein polyhedra*. Number Theory (Tiruchirapalli, 1996) pp373-385, Contemp. Math., 210, Amer. Math. Soc, Providence, RI, 1998.

LACHAUD G., *Klein polygons and geometric diagrams*. Number Theory (Tiruchirapalli, 1996) pp365-372, Contemp. Math., 210, Amer. Math. Soc, Providence, RI, 1998.

MOUSSAFIR, *Voiles et polyèdres de Klein. Géométrie Algorithmique et statistiques* Phd thesis, 2000, Paris IX.