

TD 5

Méthode des coupures

Exercice 1 : Pour chacune des formules suivantes, en donner un ensemble équivalent de clauses.

- $F = (p \Rightarrow (q \Rightarrow p))$.
- $G = (\neg(p \wedge (q \Leftrightarrow r)) \Rightarrow (q \vee \neg(r \Rightarrow p)))$.
- $H = (((p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r) \Rightarrow p) \Leftrightarrow ((q \vee r) \Rightarrow p)$.

Exercice 2 : Donner une réfutation du système de clauses $\{\mathcal{D}_i \mid 1 \leq i \leq 7\}$, en utilisant la méthode des coupures :

$$\begin{array}{llll} \mathcal{D}_1 = (E \wedge F) \Rightarrow (C \vee D) & \mathcal{D}_2 = (A \wedge B \wedge D) \Rightarrow & \mathcal{D}_3 = (C \wedge F) \Rightarrow & \mathcal{D}_4 = \Rightarrow (D \vee E) \\ \mathcal{D}_5 = \Rightarrow (D \vee F) & \mathcal{D}_6 = D \Rightarrow B & \mathcal{D}_7 = D \Rightarrow A & \end{array}$$

Ecrire l'arbre de la réfutation trouvée.

Exercice 3 : On considère $\Gamma = \{B \Rightarrow F, \Rightarrow D \vee A, F \wedge E \Rightarrow, F \Rightarrow D, \Rightarrow F \vee D, D \Rightarrow E, \Rightarrow C \vee D, C \Rightarrow D, A \Rightarrow B \vee C, C \wedge D \Rightarrow\}$. Montrer que Γ est satisfaisable et donner une distribution de valeurs de vérité qui le satisfait.

Exercice 4 : À l'aide d'une preuve par coupure, donner une réfutation de l'ensemble de clauses Γ_i si possible. Si Γ_i est satisfaisable, trouver une distribution de valeurs de vérité satisfaisant Γ_i , également par la méthode des coupures.

$$\Gamma_1 = \{(A \wedge B) \Rightarrow C, \Rightarrow A, C \Rightarrow, \Rightarrow B\}$$

$$\Gamma_2 = \{D \wedge G \Rightarrow C \vee E \vee F, A \wedge K \Rightarrow, \Rightarrow K \vee E, \Rightarrow C \vee F, E \wedge D \Rightarrow, E \Rightarrow C, \Rightarrow E \vee C, C \Rightarrow D, \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow C, H \Rightarrow A, F \Rightarrow H \vee B, B \wedge C \Rightarrow\}$$

$$\Gamma_3 = \{A \wedge B \Rightarrow C \vee D, E \Rightarrow A \vee B, C \wedge F \Rightarrow B \vee D, D \wedge E \Rightarrow F, A \wedge F \Rightarrow E \vee B \vee D, B \wedge C \Rightarrow D \vee F, B \wedge F \Rightarrow A \vee C \vee E, E \wedge D \Rightarrow A, \Rightarrow B \vee E, E \wedge F \Rightarrow, \Rightarrow D \vee F\}$$

$$\Gamma_4 = \{(B \wedge C) \Rightarrow A, C \Rightarrow B, \Rightarrow C, A \Rightarrow\}$$

$$\Gamma_5 = \{A \wedge G \Rightarrow, \Rightarrow G \vee E, \Rightarrow C \vee F, E \wedge D \Rightarrow, E \Rightarrow C, \Rightarrow E \vee C, C \Rightarrow D, \Rightarrow B \vee C, B \Rightarrow C, H \Rightarrow A, F \Rightarrow H \vee B\}$$