

Actualité de Turing : entre captation d'héritage et ressource pour l'avenir

Giuseppe Longo

CNRS – Centre Cavailles, École Normale Supérieure, Paris

Jean Lassègue

CNRS – Centre Georg Simmel, École des Hautes Études en Sciences Sociales, Paris

Titre

Actualité de Turing : entre captation d'héritage et ressource pour l'avenir

Title

Turing's Legacy Today: between Inheritance Appropriation and Resource for the Future

Résumé

L'article décrit le style particulier des articles de Turing, reconnaissables entre tous par deux traits caractéristiques : il y maintient un dialogue imaginaire avec son lecteur tout en s'identifiant lui-même à l'objet qu'il décrit et ce, quel que soit le sujet qu'il aborde, mathématique, logique, philosophique ou biologique. À ce style personnel vient s'ajouter une évolution intellectuelle en trois phases que l'article décrit chronologiquement : être une machine, être un homme/femme/machine, être une forme biologique. On s'aperçoit alors que la question du mécanisme ou du calcul n'est pas un modèle ontologique universel ultime à appliquer de façon indifférenciée à toute réalité : il y a là une réelle captation d'héritage. Bien au contraire, du fait qu'il est une conséquence des limitations internes des systèmes formels, le calcul est par définition une interface qui ne connaît des phénomènes que ce qui relève de l'ordre formel et discret. C'est la question du rapport entre déterminisme et prédictibilité qui devient alors centrale. Les conséquences de ce rapport sont examinées dans les sciences de la nature comme dans les sciences sociales aujourd'hui, en particulier dans l'usage des données massives.

Abstract

The article describes the particular style of Turing's articles, distinct from all others by two features: he maintains an imaginary dialogue with his reader and at same time identifies himself with the object he describes in the various domains he deals with, mathematics, logic, philosophy or biology. This particular style is complemented by the description of Turing's three-phase intellectual development which is described chronologically: being a machine; being a woman/man/machine; being a biological form. One becomes aware that the notion of the mechanical or of computation should not at all be considered as the ultimate ontological universal model to be applied to reality in an undifferentiated way: this would be inheritance appropriation. On the contrary, because computation is a consequence of the inner limitations of formal systems, it is by definition an interface that grasps only what pertains to the formal and discrete order in phenomena. It is therefore the relationship between determinism and unpredictability which becomes central. Consequences of this relationship are drawn from the point of view of today's natural as well as social sciences, in particular in the use of "big data".

Mot-clés :

Calcul ; Machine ; Programme de Hilbert ; Écriture formelle ; Systèmes dynamiques ; Mesure ; Jeu de limitation ; Déterminisme ; Imprédictibilité ; Données massives

Keywords:

Computation ; Machine ; Hilbert's program ; Formal writing ; Dynamical systems ; Measurement ; Imitation Game ; Determinism ; Unpredictability ; Big Data

Les travaux scientifiques de Turing sont inclassables si l'on s'en tient au partage académique des disciplines et c'est la raison pour laquelle ils ont profondément renouvelé la façon même de concevoir la nature de ce que l'on appelle un « résultat scientifique ». Il y a donc une épistémologie interne à son œuvre qui nous fait voyager de la science la plus objective à la prise en compte de sa personnalité et de la constitution d'une technologie à ses conséquences sociales les plus révolutionnaires. C'est déjà en soi un point tout à fait nouveau. Il est en particulier étonnant de sentir aussi fortement la présence de l'individu Turing dans ses écrits scientifiques, chose tout à fait inhabituelle dans le cas d'un mathématicien. Pour autant, les traces de son existence personnelle et de ses drames s'étendent bien au-delà des circonstances particulières qui les ont vu naître et ne peuvent pas ne pas nous interpeller collectivement aujourd'hui – que ce soit dans le cas de sa contribution tout aussi fondamentale que secrète au combat contre le nazisme pendant la seconde guerre mondiale ou dans celui des souffrances d'un jeune homme, homosexuel et épris de liberté, dans un contexte social qui lui était si profondément hostile. Dans le même ordre d'idées, il était tout à fait impossible de prédire en 1936 que sa contribution magistrale à l'exploration théorique de la notion de « mécanique » aurait pour conséquence cinquante ans plus tard de faire sortir les machines des usines et des laboratoires scientifiques pour les intégrer aujourd'hui sous leur forme logicielle à presque toutes les interactions sociales. Une bifurcation sociale majeure dont son propre travail témoigne : l'individu est aussi plus que lui-même et son parcours devient ainsi exemplaire.

Pour tenter de prendre la mesure de ce « moment Turing », si protéiforme, nous voudrions tout d'abord partir de la façon dont ses travaux s'insèrent dans l'épistémologie des sciences exactes de son temps en présentant notre propre interprétation de ses textes fondamentaux et en les comparant à d'autres qui étaient tout aussi révolutionnaires à l'époque. Nous élargirons ensuite ce point de vue aux conséquences que ses travaux continuent d'avoir aujourd'hui non seulement dans les sciences mais aussi dans le monde social puisque ces deux domaines sont, dans son cas, indissociables. C'est le caractère ambivalent de son héritage qui nous paraît le plus remarquable dans le cas de Turing : la possibilité d'un dialogue illimité au sein de réseaux planétaires de même qu'une archive accessible à l'humanité toute entière côtoient de nouvelles formes de techno-science qui mettent en crise l'idée même de sens collectif en mettant en danger l'inventivité scientifique dont Turing fit pourtant lui-même la démonstration la plus éclatante. Il y a là une situation paradoxale qu'il faut essayer de clarifier.

L'inventivité qui fut la sienne tient, dans son cas, à sa capacité à se placer au cœur des phénomènes qu'il cherche à étudier et à leur donner un « sens » : au départ, *se faire machine* (dans son article de 1936)¹, ensuite vivre de l'intérieur la question de savoir ce que c'est que *d'être homme-femme-machine* (dans son article de 1950)², enfin nous rendre capable de voir et pour ainsi dire de toucher la *genèse des formes organiques* qui se modèlent et remodelent continuellement dans la matière sans faire appel à un niveau logiciel qui contiendrait une liste d'instructions (dans son article de 1952)³. Une telle inventivité ne peut se comparer qu'à ce que la tradition rapporte d'Archimède qui, s'imaginant lui-même corps dans l'eau, parvint à exhiber le principe de poussée

1 Turing, A. 1936, 'On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem', *Proc. London Maths. Soc.* (Series 2), 42: 230–265 ; trad. franç. *La machine de Turing*, A. Turing, J.-Y. Girard, P. Blanchard eds., Le Seuil, Paris, 1999.

2 Turing, A. 1950, 'Computing machinery and intelligence', *Mind*, 50: 433–460 ; accessible en ligne : <https://www.csee.umbc.edu/courses/471/papers/turing.pdf> ; trad. franç. *La machine de Turing*, A. Turing, J.-Y. Girard, P. Blanchard eds., Le Seuil, Paris, 1999.

3 Turing, A. 1952, 'The chemical basis of morphogenesis', *Phil. Trans. R. Soc. London B* 237: 37–72; also in *The Collected Works of A. M. Turing: Morphogenesis*, P. T. Saunders (ed.), Amsterdam: North-Holland, 1992.

symétrique ou à Einstein qui, s’imaginant proton surfant sur un rayon lumineux, parvint à saisir l’incroyable invariance de la vitesse de la lumière – de même que lorsque nous surfons sur une vague, celles qui sont alentour ne semblent pas ou peu bouger. Commençons donc par son point de départ.

1 – Être machine

Dans le premier de ses articles fondamentaux, Turing s’est imaginé « homme en train de calculer un nombre réel ». Ainsi la « Machine à Calculer Logique » dont il décrit le fonctionnement en 1936 est-elle d’abord un calculateur *humain* (« computer » dit le texte). « Calculer consiste normalement à écrire certains symboles sur papier. On peut supposer que ce papier est divisé en cases comme un cahier d’arithmétique d’écolier. » Il en vient à conclure : « Le comportement du calculateur à n’importe quel moment du temps est déterminé par les symboles qu’il observe et l’état d’esprit dans lequel il se trouve à ce moment-là. » (c’est nous qui soulignons le genre : « he » en anglais). Ainsi le comportement du calculateur se fait-il entièrement par étapes, de façon mécanique, sans faire en rien appel au sens des symboles. Il s’agit bien d’un comportement humain ; néanmoins, il ressemble fort à celui d’une machine : vous lisez 0 ou 1 sur votre cahier / ruban, vous écrivez 1 ou 0 en vous déplaçant à droite ou à gauche selon l’état interne (de votre « esprit ») dans l’ensemble possible des états q_0, \dots, q_n . Il ne s’agit donc pas d’une machine devenue humaine mais bien plutôt *d’un homme qui se fait machine*. Comment Turing en est-il arrivé là ? Il faut, pour bien le comprendre, revenir un peu en arrière dans le temps et rappeler dans quel questionnement il s’inscrit.

Hilbert, dans son programme formaliste, voulait atteindre dans les années vingt du siècle dernier une certitude absolue dans la déduction au sein d’une mathématique potentiellement mécanisable en revendiquant la complétude déductive des calculs formels⁴. Turing lui répond en 1936 : chiche ! Imaginons un homme réduit à l’état de machine capable d’effectuer des déductions formelles-logiques, imaginons un « calculateur qui travaille d’une façon si irrégulière qu’il ne fait qu’une seule étape du calcul chaque fois qu’il s’assied ». Ensuite, définissons une fonction qui n’est pas calculable et qui de ce fait échappe à la déduction mécanique : alors, comme Gödel, nous détruisons le programme formaliste de l’intérieur ! Et nous en venons sur le champ à la première définition d’un nombre réel calculable mais, du même mouvement, à celle des nombres réels *incalculables*. Pour montrer les limites d’un système formel qui calcule, on n’a pas besoin de se plier à la nécessité de comprendre ce que l’on exécute. Il suffit en revanche de montrer que la machine est incapable de calculer une fonction définie par une simple procédure diagonale pour exhiber les limites en question. Turing adopte le même point de vue que Gödel mais sans la très grande difficulté technique de son article : Turing développe, à l’opposé, un formalisme qui lui est propre, beaucoup plus simple et plus humain, trop humain pour être une machine et qui a pourtant toutes les apparences de la machine. Ce formalisme est accompagné de longues explications qui permettent à Turing de prendre son lecteur par la main et de lui faire partager pas à pas l’intuition qui fut la sienne quand il eut l’idée de sa « Machine à Calculer Logique », si formelle pourtant. Sa démarche est aux antipodes de celle de Gödel dont l’article de 1931⁵ est un chef-d’œuvre parfait de rigueur formelle et de neutralité : un style d’écriture qui frise l’inhumain en ne faisant appel ni à une

4 Hilbert D., Sur les futurs problèmes des mathématiques [1900], ed. Jacques Gabay, Paris, 1990.

5 Gödel, K. “Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I”, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38: 173–198 ; republié dans Gödel, *Collected Works*, Oxford University Press, Oxford, 1986, pp. 144–195.

quelconque pédagogie ni à la signification du geste mathématique propre à la construction qui est en train de s'effectuer sauf quelques lignes dans l'introduction. L'article de Gödel est un diamant formel intouchable. On ne peut en simplifier la preuve ni lui faire prendre des raccourcis : à moins d'affaiblir l'hypothèse de la consistance de l'arithmétique ou de la réécrire avec une notation moins lourde, la preuve est fondamentale et parfaite. En comparaison, l'article de Turing est une conversation agréable à laquelle nous sommes conviés et grâce à laquelle il est possible de discuter et de penser. C'est cette humanité qui restera présente tout au long de son œuvre. Aujourd'hui, nous sommes capables de décrire la machine formelle conçue par Turing en quelques lignes mais nous perdons, ce faisant, l'originalité de son exploration inventive, l'audace consistant à se transformer soi-même en machine. Le résultat de Turing est un résultat négatif qui, en substance, parvient à dire : « Non, le programme de recherche formaliste, cette façon de voir les choses ne fonctionne pas, ça ne marche pas comme ça ». Il s'inscrit dans les pas de Poincaré (1892)⁶ et de Gödel(1931)⁷. En mécanique céleste, Poincaré démontre la possibilité d'une incomplétude dans la prédiction pour des systèmes décrits par des systèmes d'équations non-linéaires : il est parfaitement possible de déterminer avec un système d'équations un processus physique dont la *dynamique* est non-prédictible (« et nous avons des phénomènes aléatoires » dit Poincaré en 1902⁸). En logique, et plus précisément dans tout système formel contenant l'arithmétique, Gödel construit une proposition formelle indécidable (premier théorème d'incomplétude) qui de surcroît implique la non-démonstrabilité formelle de la cohérence de l'arithmétique (deuxième théorème d'incomplétude). La démonstration de Turing n'a pas cette virtuosité, ce jeu très subtil qui se déploie dans le second théorème mais en revanche, elle est beaucoup plus simple tout en permettant des prolongements scientifiques ultérieurs au même titre que Poincaré et Gödel⁹. En s'appuyant sur Kleene¹⁰, Turing prouve que sa machine logique est aussi expressive que les systèmes formels imaginés dans les années 30 (Herbrand, Gödel, Kleene et le lambda-calcul de Church¹¹), au sens où elle définit la même classe de fonctions. Il s'agit pourtant de systèmes logico-mathématiques très différents les uns des autres : la preuve de leur équivalence, entre 1936 et 1940, montrera que la notion de calcul « à la Turing » met bien au jour un invariant mathématique fondamental, la classe des fonctions formellement calculables. Il s'agit d'un invariant concernant les systèmes hilbertiens d'écriture et de réécriture, c'est-à-dire de systèmes de transformation de signes en signes : n'importe quel système écrit dans le style de Hilbert définit au plus une telle classe de fonction. Les mystiques, comme toujours, prendront cet invariant pour un absolu alors qu'il s'agit tout au plus d'un invariant portant sur certains systèmes d'écriture – fait humain s'il en est. Le lambda calcul, un paradigme très élégant pour ces systèmes de réécriture, sera l'outil permettant d'atteindre les preuves d'équivalence entre ces systèmes. Le lambda-calcul est, par rapport aux autres formalismes, le système le plus riche en « théorèmes propres » : il fournit la base des logiques avec ou sans types, de Church (1932¹², 1940¹³) et Gödel (1958)¹⁴ à Girard (1971)¹⁵ et Martin-Löf (1980)¹⁶. Il s'agit donc d'un outil d'une grande expressivité, au cœur de la logique mathématique et de nombreux styles de

6 Poincaré H., *Méthodes nouvelles de mécanique céleste*, Tome 1, Paris, Gauthier-Villars, 1892.

7 Gödel K., op cit.

8 Poincaré H., *La Science et l'Hypothèse*, Paris, Flammarion, 1902.

9 Longo G., G 2018 "Interfaces of Incompleteness" in Minati, G, Abram, M & Pessa, E (Eds.) *Systemics of Incompleteness and Quasi-systems*, Springer, New York, NY, (les articles de Longo sont téléchargeables sur : <http://www.di.ens.fr/users/longo/>)

10 Kleene, S. C. 1936 "Lambda-definability and recursiveness". *Duke Mathematical J.*, vol. 2, pp. 340-353.

11 Church A. 1941, *The Calculi of Lambda-Conversion*. Series: Annals of Mathematics Studies, Volume 6, Princeton: Princeton University Press.

programmation qui sont au fondement de l'informatique moderne¹⁷. Des années 70 aux années 90, de nombreux résultats permirent d'insérer le lambda-calcul et ses types dans des structures mathématiques dérivées de la notion de « topos »¹⁸ chez Grothendieck, une classe de catégories d'une grande richesse structurale et logique. Ces constructions donnèrent un sens « géométrique », interprétable dans le continu, à la machine alpha-numérique à états discrets telle que Turing l'a décrite en 1936. Et c'est donc avec raison que de nouvelles catégories, inspirées par le lambda-calcul de Church et des travaux faits entre 1984 et 1990¹⁹ furent appelées « catégories de Turing »²⁰. On peut, en résumé, mettre l'accent sur deux points. D'une part, la machine à calculer logique, par sa simplicité et la scission qu'elle institue entre instructions et structure physique inspira, après la guerre, la distinction pratique entre logiciel et matériel ainsi que la construction des systèmes d'exploitation et des compilateurs : elle devint de ce fait une incarnation de la « Machine universelle » telle qu'elle avait été décrite par Turing en 1936. D'autre part, ce même travail ouvrit la voie à un énorme ensemble de travaux mathématiques pendant les soixante-dix ans qui suivirent grâce aux résultats d'équivalence inaugurés par Turing entre son formalisme et celui du lambda-calcul et ultérieurement, entre ce calcul et les théories mathématiques des catégories (et celle des *topoi* de Grothendieck)²¹. Un point mérite particulièrement d'attention quoi qu'il en soit : les principaux résultats en logique mathématique des années 30 furent conçus comme des « résultats négatifs ». C'est ainsi que ces démonstrations, en inaugurant une nouvelle façon d'aborder la connaissance par une réflexion interne sur ses propres limites, refondèrent de façon interne à la science la relation entre contenu scientifique et réflexion philosophique sur les fondements. Elles rendirent possibles la création de nouveaux univers scientifiques : à la fin du XIX siècle, Poincaré l'avait fait pour la géométrie des systèmes dynamiques – bifurcation, trajectoires homoclines –, Gödel, Turing et d'autres pour la calculabilité – fonctions calculables et machines, quarante ans après. Pour répondre par la négative à un certain nombre de questions ouvertes auxquelles on

12 Church, A., 1932, "A Set of Postulates for the Foundation of Logic", *Annals of Mathematics* (Second Series), 33: 346–366.

13 Church A., 1940, "A Formulation of the Simple Theory of Types", *Journal of Symbolic Logic*, 5: 56–68; reprinted in Benz Müller *et al.* 2008b.

14 Gödel K., "Über eine bisher noch nicht benützte Erweiterung des finiten Standpunktes", *Dialectica*, 12: 280–287 républié dans Gödel, *Collected Works*, Oxford University Press, Oxford, 1990 pp. 240–25

15 Girard, J.-Y. 1971 "Une Extension de l'Interpretation de Gödel à l'Analyse, et son Application à l'Élimination des Coupures dans l'Analyse et la Théorie des Types". *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*. Amsterdam. pp. 63–92.

16 Martin-Löf P., *Intuitionistic Type theory*, Napoli, Bibliopolis, 1984.

17 Pour des synthèses, voir : Barendregt H. (1984). *The Lambda Calculus. Its Syntax and Semantics*. Studies in Logic and Found. Mathematics 103, Amsterdam: North-Holland ; Longo G. (1988). "The Lambda-Calculus: connections to higher type Recursion Theory, Proof-Theory, Category Theory" (downloadable). *Revised version of "On Church's Formal Theory of Functions and Functionals"*, in *Annals Pure Appl. Logic*, 40: 93-133, 1988 ; Girard J.-Y., Lafont Y., Taylor P. *Proofs and Types*, Cambridge U. Press, 1990.

18 J. L. Verdier, B. Saint-Donat, A. Grothendieck, (1972) *Théorie des Topos et Cohomologie Étale des Schémas*, (2 vols.) Springer Lecture Notes in Mathematics, Springer, Berlin & Heidelberg

19 Kreisel G. (1982-84) "Four letters on computability", (manuscrit) <http://www.di.ens.fr/users/longo/files/FourLettersKreisel.pdf>

20 Cockett J.B.R. and J.W. Hofstra (2008) Introduction to Turing categories in *Annals of Pure and Applied Logic* Vol.156, 2-3 Dec., pp 183-209 link: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168007208000948>

21 M. Hyland (1988) "A small complete category", dans *Ann. Pure Appl. Logic*, Vol. 40, Amsterdam, North-Holland, (pp. 93-133) ; G. Longo, E. Moggi (1988) Constructive natural deduction and its modest interpretation in Meseguer (Ed.), *Workshop, Semantics of Natural and Programming Languages*, Stanford, March 1987, Cambridge: MIT Press ; Asperti A., Longo, G. (1991) *Categories, Types and Structures; Category Theory for the working computer scientist*. M.I.T. Press

espérait bien, au départ, répondre positivement en accroissant seulement le contenu des connaissances sans changer de méthode, il fallait raffiner les approches existantes et en inventer de nouvelles qui se montrèrent très fécondes. Mais qui oserait aujourd'hui déposer un projet de recherche à plusieurs million de dollars – le seul moyen d'obtenir des postes, des post-docs, des collaborations et des activités garanties pour trois à cinq ans – dont le but serait de dire : « Non, c'est impossible, tel ou tel processus est non-prédictible, tel ou tel système est incomplet, telle ou telle fonction est non-calculable ? ». Et qui aurait l'audace d'en faire le fondement même d'une nouvelle science, l'informatique ? On voit poindre ici les effets néfastes d'une culture du résultat positif alors que l'idée même de « résultat scientifique » a profondément évolué sous l'effet des théorèmes négatifs – de Pythagore (l'incommensurabilité de la diagonale du carré) à Riemann (l'indépendance du $V^{\text{ème}}$ axiome d'Euclide).

2 – Être homme/femme/machine

La guerre a mis en sommeil le travail proprement scientifique de Turing comme ce fut aussi le cas de nombreux autres scientifiques qui tentèrent de trouver des solutions techniques à des problèmes urgents dans des cadres théoriques déjà existants, de la chimie des gaz de combat et de l'aviation pendant la première guerre mondiale à la fission nucléaire à but militaire et au déchiffrement mécanisé des codes allemands pendant la seconde. Pour ce qui est de ce dernier cas auquel Turing fut confronté, celui-ci fit usage de ses talents « arithmétiques » et de sa capacité à travailler sur des combinaisons discrètes de nombres entiers et de lettres alphabétiques ainsi que sur leur relation réciproque. Mais pour lutter contre la machine à crypter de la marine allemande dont les rouages produisaient tous les jours des codes différents, il avait encore affaire à la notion traditionnelle de machine, un dispositif électro-mécanique de roues et de leviers tel qu'il en existait depuis des décennies. L'urgence de la guerre ne l'empêcha pourtant pas complètement de développer l'idée scientifique d'une machine à calculer logique dotée d'un logiciel séparé du matériel même si les résultats de l'article de 1936 restèrent en sommeil pendant plus de dix ans jusqu'à ce que, une fois la paix revenue, Turing et von Neumann puissent penser à ce qui sera plus tard appelé « l'architecture de von Neumann »²² pour les ordinateurs électroniques modernes. Quoi qu'il en soit, le retour à plein temps au travail scientifique témoigne après la guerre chez Turing d'un changement dans la conception qu'il se faisait de la machine. C'est à cette époque que l'importance pratique de l'invention mathématique de 1936 devint plus claire à ses yeux et qu'après en avoir bâti un prototype matériel, il se rendit compte qu'il y avait là un point de rupture dans le rapport du monde qu'il tenta de décrire en 1950 dans son seul article publié dans un journal de philosophie. Vu le niveau théorique de l'article de 1936, l'extraordinaire portée scientifique qui, avec le recul, fut le sien et la source immense d'inspiration qu'il représente encore, l'article de 1950 semble relever d'une philosophie bien pauvre et naïve, long plaidoyer assez décousu pour ce que l'on appellera quelques années plus tard l'« intelligence artificielle ». La base scientifique de l'article, mise à part la description de l'ordinateur, semble se limiter à faire implicitement allusion à des modèles discrets de décharges électriques des neurones conçus dans les années 1920, modèles pourtant bien peu appropriés à la description d'une réalité aussi dynamique que celle du cerveau humain. Pourtant, l'article n'est pas non plus sans surprise : on découvre au détour d'une phrase que l'article dit

22 Von Neumann J. 1945 First Draft of a Report on the EDVAC in *IEEE Annals of the History Of Computer* Vol. 15 N.4 1993. Online at: <https://www.di.ens.fr/~pouzet/cours/systeme/bib/edvac.pdf>

exactement l'inverse que ce que ces modèles obsolètes proposent : « The nervous system is certainly not a discrete-state machine. A small error in the information about the size of a nervous impulse impinging on a neuron, may make a large difference to the size of the outgoing impulse. » (p. 451). Mais alors, comment voir dans l'article de 1950 ce plaidoyer pour l'intelligence artificielle et d'où peut venir un tel contresens, répété à l'envi depuis maintenant soixante-dix ans ? C'est sans doute qu'il faut lire l'article autrement et que, sous sa naïveté apparente, il est plus compliqué qu'il n'y paraît.

L'article superpose en effet deux thèses contradictoires : l'esprit *peut et ne peut pas* être décrit grâce à un modèle discret analogue à un ordinateur. Bref, à lire le texte d'un peu près, on commence par *ne plus rien y comprendre* et on se retrouve dans la même disposition mentale que lorsqu'on aborde le théorème négatif de l'article de 1936 dans lequel Turing démontrait en s'en tenant strictement au calcul qu'il y avait pourtant de l'incalculable. De même, en lisant l'article de 1950, on découvre qu'en s'en tenant strictement au modèle « computationnel » de l'esprit, on finit par s'apercevoir qu'il y a une autre dimension inaccessible à ce modèle. Comment le découvre-t-on ? Par le biais d'un jeu, que Turing appelle « jeu de l'imitation » et qu'une tradition paresseuse a tôt fait de convertir en « test de Turing » comme s'il suffisait de l'appliquer mécaniquement pour démontrer la légitimité du point de vue computationnel sur le fonctionnement de l'esprit, à peu près comme si l'article de 1936 répondait « il n'y a pas d'indécidable » au lieu de « il y a de l'indécidable » à la question de Hilbert sur l'indécidabilité des systèmes formels !

La réalité du texte, encore une fois, est subtile car il est possible de montrer que *les conditions nécessaires à la mise en place du jeu empêchent la réalisation de son but déclaré* – à savoir l'indistinction des humains et des ordinateurs convenablement programmés. En effet, pour atteindre le but du jeu, c'est-à-dire l'indistinction du sexe des joueurs homme, femme ou machine, il faut que le lecteur s'identifie avec celui qui pose des questions dans le jeu. Or celui qui pose des questions, appelons-le l'interrogateur, doit se trouver en position d'échec puisqu'il est censé ne plus réussir à faire de distinction entre les joueurs (pendant un temps limité) mais le lecteur continue, lui, de faire cette distinction, ne serait-ce que mentalement, pour pouvoir imaginer qu'une partie soit jouée avec des joueurs distinguables par leur sexe. On demande donc au lecteur d'être à la fois dans la position de l'interrogateur mis en échec sur la question du sexes des joueurs et dans celle d'un lecteur extérieur au jeu qui sait faire la différence des sexes entre les joueurs : on demande donc au lecteur de l'article d'occuper une position contradictoire dans laquelle *il peut et ne peut pas* faire la différence physique entre les joueurs²³. Les conditions d'exercice du jeu manifestent donc l'existence d'un indécidable quant à cette question, indécidable à la fois inaccessible au « jeu de l'imitation » décrit dans l'article mais auquel il est possible de penser réflexivement à partir de lui cependant. Que cet indécidable porte sur la différence des sexes, c'est-à-dire ce lieu où les humains travaillent le sens que chacun donne à l'organique constituant son propre corps, montre que le jeu de l'imitation travaille autrement qu'on ne l'a cru la distinction entre le corps et l'esprit. Cet indécidable montre également que le jeu de l'imitation a des vertus de camouflage et de protection de la vie privée puisqu'il semble possible de croire, si on le lit rapidement, qu'on peut dépasser ou du moins cacher intégralement ce qui relève de la différence sexuelle. Le « devenir machine » de

23 Cf. Lassègue, J. 1996. "What Kind of Turing Test did Turing have in Mind ?", *Tekhnema; Journal of Philosophy and Technology* (ISBN : 2-9509944-0-7) (3) : 37-58 ; Lassègue, J. (2002). "Turing, entre formel et forme ; remarques sur la convergence des perspectives morphologiques." *Intellectica*, 2002/2 (35): 185-198 ; Lassègue, J. (2004). "L'évolution du constructivisme turingien : de la logique du mental à la morphogenèse de l'idée" *Intellectica*, 2004/2 (39) : 107-124 // Lassègue, J. (2008). "Turing entre le formel de Hilbert et la forme de Goethe", *Matière première*, (3) : 57-70.

1936 devient ainsi une stratégie mise en place par Turing qui, en tant qu'homosexuel dans la société de 1950 en proie à la suspicion généralisée de la guerre froide à l'égard de tous les « déviants » susceptibles de devenir des « traîtres », doit par tous les moyens cacher sa sexualité. Prendre pour argent comptant le « modèle computationnel de l'esprit » tel qu'il est décrit ouvertement par le jeu de l'imitation part donc aussi d'un sentiment louable de la part de nombreux lecteurs de l'article : vouloir protéger Turing en tant qu'homosexuel comme finalement le droit anglais finit rétroactivement par le faire le 31 janvier 2017 pour Turing mais aussi pour les 49 000 hommes qui furent condamnés pour des faits d'homosexualité analogues. Mais l'histoire telle qu'il la vécut fut cruelle et l'interrogatoire policier qu'il subit en 1952 pour atteinte aux bonnes mœurs sera efficace et sans appel, comme si lui-même avait déjà songé en 1950 à ce qui lui arriverait et avait mis en place dans le jeu de l'imitation les conditions mêmes qui présideront à son arrestation et à son suicide ultérieur en 1954. Ainsi, l'article de 1950 commence à interroger la distinction radicale entre logiciel et matériel telle que Turing l'avait formulée en 1936 et à envisager ce que pourrait être des rapports entre les deux niveaux. Il n'est donc pas étonnant que ressurgisse presque en sous-main dans le texte de 1950 les problèmes de l'imprédictibilité physique « à la Poincaré » et qu'il en vienne à se poser la question de savoir quels sont les rapports entre l'imprédictibilité logique et l'imprédictibilité physique, thème majeur qui l'occupera jusqu'à la fin de sa vie et sur lequel il reste encore tant de travail à faire. Dans l'article de 1950, la « machine à calculer logique » devient d'ailleurs « machine à états discrets »²⁴ : l'article met ainsi l'accent sur la structure physique du matériel ayant des états discrets par rapport à la nature discrète, inscriptible et alphabétique du logiciel. Il s'agit donc de se confronter dorénavant à la question du rapport de l'alphabet à la nature physique, thème philosophique s'il en est, que Turing ne distingue pas de son exploration scientifique proprement dite.

3 – Être forme

C'est cette réflexion qui ouvre la voie au dernier article majeur de Turing, publié en 1952 et qu'il considérait d'égale valeur à celui de l'article de 1936. Dans ce dernier article, en contraste flagrant avec le modèle de machine à état discret, il prend toute la mesure du thème du continu physique, de l'interaction entre les dynamiques non-linéaires et la mesure physique qui est toujours un intervalle, une approximation. Il approfondit donc la recherche qu'il décrivait déjà en ces termes en 1950 : « The system of the “universe as a whole” is such that quite small errors in the initial conditions can have an overwhelming effect at a later time. The displacement of a single electron by a billionth of a centimetre at one moment could make the difference between a man being killed by an avalanche a year later or escaping. »

En d'autres termes, une perturbation, une fluctuation en-dessous du seuil de la meilleure mesure possible, pour un appareil de mesure donné à l'échelle appropriée, peut se trouver amplifiée à travers le temps jusqu'à devenir un phénomène à la fois observable et imprédictible : c'est ce que dit l'exemple de l'homme qui est tué en partant du mouvement d'un électron mais c'est surtout le cœur de l'imprédictibilité déterministe des phénomènes représentés par des systèmes non-linéaires sensibles aux conditions initiales – ceux que Poincaré²⁵ avait analysé en profondeur soixante ans avant Turing et que bien peu de scientifiques avaient exploré plus avant depuis : le rôle de la mesure conçue comme intervalle dans le continu (la complétude de principe des séries convergentes ou de

24 Turing, A. 1950, 'Computing machinery and intelligence', *Mind*, 50: 433–460.

25 Cf. Poincaré, H., 1884, "Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps".

toutes les mesures convergentes) y est crucial. L'imprédictibilité classique ou ce qu'il est convenu d'appeler « l'aléatoire » se produit à l'articulation de la mesure et de la détermination non-linéaire (dans les équations ou la fonction d'évolution). Poincaré, Hadamard et quelques mathématiciens russes avaient travaillé sur ces systèmes en mécanique céleste ou sur des systèmes de grande taille en physique classique. Ces mathématiciens russes, comme Pontryagin par exemple, ne devaient pas être connus de Turing et c'est seulement en 1953 et en russe que Kolmogorov écrivit la première version de ce qui deviendra le théorème de Kolmogorov-Arnold-Moser, un pilier théorique de ces systèmes²⁶. C'est donc tout seul, ou tout au plus avec l'aide de Poincaré, que Turing saisit l'importance de la non-linéarité, de son caractère non-laplacien (autrement dit que la détermination n'implique pas la prédictibilité), bien au-delà de la mécanique rationnelle qui continua d'être enseignée à l'ouest jusque dans les années 60 et 70 du vingtième siècle – quand David Ruelle en France et peu d'autres imposèrent un changement de regard sur les dynamiques classiques. À l'opposé de la sensibilité aux conditions initiales ou de l'imprédictibilité des dynamiques non-linéaires, Turing explique au contraire que sa machine doit absolument rester déterministe et éviter l'imprédictibilité : « It is an essential property of the mechanical systems which we have called 'discrete-state machines' that this phenomenon does not occur. Even when we consider the actual physical machines instead of the idealised machines, reasonably accurate knowledge of the state at one moment yields reasonably accurate knowledge any number of steps later. »²⁷ Et il souligne : « It will seem that given the initial state of the machine and the input signals it is always possible to predict all future states. This is reminiscent of Laplace's view that from the complete state of the universe at one moment of time, as described by the positions and velocities of all particles, it should be possible to predict all future states. »²⁸ La machine à états discrets doit être laplacienne parce que l'accès à l'information, en tant que suite de 0 et 1, doit y être exact, sa dynamique se développant dans un espace discret. Il s'agit d'un système alphabétique d'écriture et de réécriture, comme Turing l'observe brièvement quand il déclare que mécanisme et écriture, sont « presque » synonymes : ils le seraient « complètement » si le problème de l'imprédictibilité physique pouvait être éliminé alors qu'il hante toujours tout système matériel y compris les ordinateurs, ces systèmes matériels pourtant artificiellement construits pour éviter d'être confrontés à ce problème²⁹. Contrairement à ce qui se produit dans le cas de l'univers physique auquel nous avons seulement accès par le biais d'une mesure approchée, la propriété invariante fondamentale dans le cas de la mesure digitale est l'exactitude de la connaissance de son état qui se maintient tout au long du processus de calcul. L'« effet électron » (le déplacement de l'électron d'un milliardième de millimètre ayant ultérieurement des effets macroscopiques) anticipe de dix ans « l'effet papillon », phénomène « à la Poincaré » pourrait-on dire, mis en évidence par Lorentz en 1962³⁰ et mieux connu à partir de 1972 seulement sous le nom « d'effet papillon ». Comme l'un d'entre nous l'a déjà souligné ailleurs, nous devrions plutôt, en suivant Turing, l'appeler « effet électron », exemple bien antérieur d'une dynamique imprédictible (chaotique), sensible aux conditions initiales. Mais

26 A. N. Kolmogorov, "On the Conservation of Conditionally Periodic Motions under Small Perturbation of the Hamiltonian [О сохранении условнопериодических движений при малом изменении функции Гамильтона]," *Dokl. Akad. Nauk SSR* 98 (1954).

27 Turing, A. 1950, 'Computing machinery and intelligence', p.440

28 Ibid.

29 Lassègue, J., Longo, G. 2012 "What is Turing's Comparison between Mechanism and Writing Worth?" Invited lecture, *The Turing Centenary Conference (CiE 2012)*, Cambridge, June 18 - 23, 2012; in *Computability in Europe*, LNCS 7318 (S.B. Cooper, A. Dawar, and B. Löwe, Eds.), pp. 451–462, Springer.

30 Lorentz, G. 1963 Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences*. Vol.20 : 130—141

l'article de 1950 a été essentiellement lu en rapport avec l'Intelligence Artificielle : cela n'a pas aidé à saisir le jeu tragique et symbolique qui se jouait entre une femme, un homme et une machine et encore moins la vision nouvelle de la morphogenèse comme dynamique physique dans le continu que Turing, en grand mathématicien qu'il était, commençait alors à élaborer dans son article de 1952, comme nous le verrons plus bas. Ainsi, bien des années après sa description pourtant très claire, on entend toujours dire (comme le fait Stephen Wolfram par exemple) que l'univers « pris comme un tout » est une (très grande !) Machine de Turing, dont les organismes vivants ainsi que les cerveaux qu'ils contiennent sont des aspects computationnels « émergents », dans la mesure où ils seraient « computationnellement irréductibles ». Et tout ceci, sans qu'aucun de ses ouvrages ne donne³¹ une définition mathématique rigoureuse de l'irréductibilité computationnelle pour un processus discret en deux dimensions³². Techniquement et comme ce fut montré il y a déjà longtemps, l'irréductibilité computationnelle ne consiste pas en un invariant de granularité, point dont les idéologues de la réduction de la nature au mécanique n'ont pas tenu compte³³. De plus, nous attendons toujours que ceux qui croient au caractère calculable de l'univers nous dise si les constantes fondamentales de la physique apparaissant dans toutes les équations pertinentes, à savoir G , c , h ainsi que le non-dimensionnel α , sont des nombres réels calculables au sens défini par Turing. La théorie et la mesure donneront toujours un intervalle dans lequel des valeurs indéterminées produisent l'imprédictibilité des dynamiques classiques et quantiques – bien loin des états discrets des automates cellulaires. En biologie, les interprétations calculables concernant les organismes ont sévèrement déformé la recherche³⁴ bien loin du travail pionnier de Turing sur la morphogenèse continue. Il y a là une véritable captation d'héritage que nous dénonçons radicalement. Il y a un point commun à toute la frénésie calculable qui nous entoure dans laquelle tout devient « calcul discret » et « programmes digitaux », de l'univers au cerveau, de l'ADN à l'économie : tout se passe comme si la connaissance pouvait être remplacée par des corrélations mises en évidence par le calcul qui seraient réunies dans de gigantesques bases de données discrètes – ces « big data » qui sont censées rendre la perspective scientifique elle-même obsolète, comme si la « réalité » allait enfin parler toute seule. Pourtant, celui-là même qui, avec Gödel et Church, fonda la théorie de la calculabilité et inventa le modèle de la machine à état discret en montrant sa limite intrinsèque par rapport à l'idée de construction de connaissance ouvrit aussi d'autres perspectives scientifiques. C'est de cela dont il faut maintenant parler.

Il y a une quinzaine d'années, un collègue biologiste dit à l'un d'entre nous qu'il était en train de travailler sur un certain nombre de questions de morphogenèse embryologique en s'appuyant sur le travail d'un mathématicien anglais du nom d'Alan Turing et il demanda si ce nom évoquait quelque chose... Il n'était pas au courant de son travail en logique et en calculabilité et son interlocuteur ne connaissait, de l'article de 1952, que le titre ! Voilà ce que le compartimentage contemporain de la science rend malheureusement possible. Mais c'est d'autant plus fâcheux dans le cas de Turing que son travail sur la morphogenèse s'inscrit dans un tout autre univers que celui auquel le biologiste est généralement confronté : un univers essentiellement conceptuel et

31 Que ce soit *Cellular Automata* ou *A New Kind of Science*.

32 On trouve en revanche marginalement l'analyse de cette "mauvaise définition" dans la thèse de doctorat d'Alastair Abbott en 2015 *Value Indefiniteness, Randomness and Unpredictability in Quantum Foundations*, University of Auckland & École Polytechnique, Paris.

33 Israeli. N & Gondelfeld N. [G](#) 2004 Computational irreducibility and the predictability of complex physical systems, , Feb 20;92(7):074105.

34 Longo, G. 2018 Information and causality: Mathematical Reflections on Cancer Biology. *Organisms. A journal in Biological Sciences*, Vol. 2, n. 1.

mathématique qui construit son champ phénoménal propre en créant les outils originaux pour le traiter, même si, à la fin de son article de 1952, il est fait allusion à un possible usage critique des outils numériques que Turing avait auparavant inventés.

Dès de le départ, Turing souligne que : « The purpose of this paper is to discuss a possible mechanism by which the genes of a zygote may determine the anatomical structure of the resulting organism. The theory does not make any new hypotheses; it merely suggests that certain well-known physical laws are sufficient to account for many of the facts. »³⁵ Se fondant sur ce point de départ, Turing écrit un système non-linéaire dans le continu : le « modèle », comme il l'appelle, n'a pas besoin de « nouvelles hypothèses », et tout particulièrement n'a pas besoin du rôle des « gènes », rôle sur lequel nous reviendrons. Le modèle, très simple, est basé sur un système d'équations. Comme toujours, on retrouve la même simplicité enfantine, « d'écolier » disait-il, que celle de la machine à calculer logique de 1936 avec laquelle, on peut cependant reconstruire tout ce qui est calculable dans le discret. Dans le cas présent, il s'agit de cette idée élémentaire et néanmoins originale selon laquelle une action chimique cause une réaction et ce faisant, une diffusion de vagues qui, à la fois régulières et irrégulières, se propagent dans le continu en engendrant des formes. On a affaire à un *modèle* qui cherche à rendre compte d'un processus et qui pourrait se révéler faux, qui pourrait se « falsifier », un terme encore peu usité à l'époque. Il ne s'agit donc pas d'une imitation dont le but est seulement de « tromper un interrogateur », comme dans l'article du « jeu de l'imitation » de 1950. L'idée, très simple, mais que personne n'avait posé en ces termes avant lui, est qu'une action/réaction/diffusion chimique peut engendrer des formes. C'est précisément dans les mêmes années que Belousov en Russie a empiriquement observé le phénomène dans une réaction chimique dont la description, contestée à l'époque, ne fut publiée qu'après un long délai³⁶ et ne sera comprise qu'après les expériences de Zhabotinsky dans les années 60. Turing avait compris mathématiquement ce qui n'avait encore été ni expérimentalement observé ni rapporté par d'autres mais qui relevait cependant du possible : qu'une situation d'équilibre macroscopiquement homogène mais instable se transforme, sous l'effet d'une fluctuation, au-dessous du niveau de l'observable, en une dynamique de formes. « Brisures de symétrie », « instabilité catastrophique », sont les termes, promis à un grand avenir, utilisés par Turing. Là encore, Poincaré et quelques autres avaient ouvert la voie à l'analyse des systèmes non-linéaires à l'équilibre mais personne n'avait appliqué cette vision des dynamiques physiques continues pour tenter de comprendre les formes en biologie. Assurément, Turing travaille à une approche linéaire de la solution du système d'équations mais il discute en profondeur des questions de non-linéarité (de la présence de « termes de second degré », dit-il). Il ne propose pas de mathématiques qui soient nouvelles ou difficiles comme il le rappelle dans les dialogues qu'il affectionne avec son lecteur : il l'assure que les équations et les calculs sont élémentaires. Mais il invente une façon extrêmement originale de traiter le problème de la génération des formes organiques : l'idée est, pour ainsi dire, « limpide ». De même qu'avec la machine de l'article de 1936 qui calcule comme un enfant sur un cahier à carreau d'écolier, de même ici, ce sont les dynamiques physiques qui sont réduites à des termes minimaux mais extrêmement expressifs. Comme d'habitude, Turing s'immerge dans le phénomène, sans idée préconçue, en laissant complètement de côté ses expériences antérieures et en particulier son invention personnelle, la

35 Turing, A. 1952, 'The Chemical Basis of Morphogenesis', op. cit.

36 Belousov B. P. 1959 "Периодически действующая реакция и ее механизм" *Сборник рефератов по радиационной медицине*. 147: 145. "Periodically acting reaction and its mechanism", *Collected Reports on Radiation Medicine*, 147: 145.

machine à états discrets. Les remarques sur l'indéterminabilité déterministe et l'effet électron de l'article de 1950 sur l'imitation avaient déjà fait apparaître en pleine lumière ce que R. Thom définissait comme l'aporie fondamentale des mathématiques, l'opposition du continu et du discret. Turing allait faire un pas au-delà en assignant un rôle central à la mesure, à ce qui rend les phénomènes accessibles à la connaissance : les fluctuations sous la meilleure mesure possible sont au cœur de son analyse des « brisures de symétrie » et des « dynamiques catastrophiques » (expression qui semble se rapporter aux transitions critiques dont la théorie n'était pas encore inventée). Ces notions ont peu de sens dans le discret et au mieux peuvent être « imitées » mais, à la fin de l'article de 1952, le problème consistant à réaliser ces dynamiques sur la machine à états discrets est posé. Il en vient à la conclusion que la machine ne permettrait que le traitement de cas particuliers et qu'il faudrait poursuivre le travail dans cette direction. Le procès pour homosexualité qui commencera plus tard la même année l'arracha à ces considérations et le conduira au suicide.

Cet article de 1952 présente donc un modèle visant à améliorer la compréhension et non pas à imiter les processus décrits. Et il visait à *falsifier*, avait-il dit, ... mais quoi ? On ne peut s'en remettre qu'à des conjectures sur les débats épistémologiques de l'époque. Dans des conversations rapportées par R. Gandy³⁷, Turing fait remarquer qu'il n'aime pas l'approche que Huxley fait de l'évolution darwinienne. Celle-ci était centrée sur les chromosomes et allait ouvrir la voie à une nouvelle biologie moléculaire qui envisagerait l'ADN comme le *programme complet* de l'ontogenèse. Pour Turing au contraire, les gènes sont au mieux des producteurs d'enzymes qui sont impliqués dans les réactions qui l'intéressent et c'est la vitesse de cette production qui contribue au processus global, interactif, basé sur la physique du continu qui n'est pas « computationnelle », encore moins « programmée ». L'idée d'une description complète des chromosomes conçue comme une séquence finie de lettres ne lui convenait pas, lui qui avait montré, à sa façon, l'incomplétude des axiomes de l'arithmétique, également composée d'une suite finie de signes. Le petit livre de Schrödinger de 1944 *What is Life ?*³⁸ dont la première partie faisait l'hypothèse qu'il existait un « code » des formes biologiques à l'intérieur des chromosomes était déjà bien connue. Et von Neumann avait déjà publié un article en 1951 sur les automates cellulaires³⁹ en attribuant aux chromosomes le rôle de « programmeur de la reproduction et de l'ontogenèse ». Turing ne les cite pas. Ce qu'il propose en revanche est compatible avec l'alternative remarquée par Schrödinger dans la deuxième partie de son livre : l'ontogenèse considérée comme une dynamique basée sur l'absorption d'entropie négative décrite à la façon de Gibbs en termes d'énergie libre⁴⁰ (avec Francis Bailly, l'un d'entre nous avait proposé le terme d'anti-entropie mais l'inspiration provenait, là encore, de Turing)⁴¹. Turing cite à ce propos trois biologistes, tous très originaux : Child, D'Arcy Thompson et Waddington⁴². Tous les trois se situaient loin de l'idée fixe qui prenait à ce moment-là de l'ampleur consistant à envisager la complétude de l'analyse du chromosome comme le moyen de comprendre la phylo- et l'ontogenèse (le troisième en particulier était un embryologiste-généticien

37 Gandy, R. O. and C. E. M. Yates (eds.), 2001, *The Collected Works of A. M. Turing: Mathematical Logic*, vol.4, Amsterdam: North-Holland.

38 Schrödinger, E. 1944, *What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*. Based on Lectures delivered under the auspices of the Institute at Trinity College, Dublin, in February 1943, Cambridge: University Press. 1944.

39 Von Neumann, J., 1951, "The General and Logical Theory of Automata", in *Cerebral Mechanisms in Behavior: The Hixon Symposium*, New York: John Wiley & Sons.

40 See, for the fullest explication of this, Gibbs, J. W. 1876. "On the Equilibrium of Heterogeneous Substances". . vol. 3, 1874-1878, pp.108-248.

41 Bailly F., Longo G. *Biological Organization and Anti-Entropy*, in *J. of Biological Systems*, Vol. 17, n. 1, 2009.

42 Turing, A. 1952, 'The chemical basis of morphogenesis', op cit.

qui, lui aussi, interprétait toujours l'action des chromosomes au sein de l'interaction entre l'organisme et l'écosystème). Turing quant à lui, tout en étant l'inventeur des notions de programme et de logiciel défini indépendamment du matériel, était opposé à leur usage en biologie. Ce que le modèle de Turing montre, c'est qu'il n'y a, dans ce cas, aucun besoin de faire appel à une forme prédéfinie, un programme. Le texte est clair : le modèle proposé « does not make any new hypotheses; it merely suggests that certain well-known physical laws are sufficient to account for many of the facts ».⁴³ L'homoncule codé dans l'ADN, ce programme de l'ontogenèse et même du comportement, qui deviendra tellement à la mode dans ces années-là est à l'opposé des dynamiques purement physiques décrites par Turing, dynamiques qui *falsifient* le besoin supposé d'un code programmé pour la morphogenèse. Ainsi, celui à qui l'on doit la distinction entre logiciel et matériel qui rendit possible la science de la programmation sur des données discrètes (1936) décrit dans son modèle une dynamique purement matérielle, sans logiciel, celle de la configuration et reconfiguration physico-chimique des formes dans le continu (1952). Voilà ce qu'un grand esprit comme Turing rend possible : un renouvellement profond du regard qui ouvre de nouvelles perspectives, l'invention et l'usage de nouveaux outils avec pour seul désir celui de comprendre. Bref, tout à l'opposé du transfert unidimensionnel d'un outil conceptuel unique, si à la mode aujourd'hui où tout est devenu information et calcul digital. Turing a ouvert un autre horizon à la science : retardée de quelques décennies, l'analyse qu'il fit de la morphogenèse a été reprise largement et développée.

4 – Actualité de Turing

Nous vivons aujourd'hui un nouveau tournant « symbolique », comme le fait remarquer Clarisse Herrenschmidt⁴⁴, une troisième grande révolution de l'écriture en Occident, celle des codes, après celles de l'écriture des langues par l'alphabet et de l'écriture des nombres par la monnaie frappée, deux révolutions que l'antiquité grecque nous a léguées. Il faudrait ajouter que les deux révolutions précédentes avaient déjà l'automatisation de leur pratique pour horizon : l'automatisation de la *lecture* alphabétique rendue potentiellement mécanisable par l'alphabet grec⁴⁵ se trouve complétée au 20^{ème} siècle par l'automatisation de l'*écriture* rendue possible par l'arithmétisation de la syntaxe formelle susceptible d'opérer automatiquement la réécriture des règles nécessaire au fonctionnement des codes. L'automatisation de la lecture et de l'écriture ont ainsi rendu possible la troisième révolution des codes et leur usage réticulaire aujourd'hui : il nous faut tenter de comprendre les conséquences que cette double automatisation entraîne en termes d'interaction et de régulation sociale⁴⁶. Turing avait commencé à imaginer la communication à distance avec un ordinateur⁴⁷ mais pas encore, évidemment, le développement des réseaux tel qu'il

43 Turing, A. 1952, 'The chemical basis of morphogenesis', op cit.

44 Herrenschmit C., *Les Trois Écritures, Langue, nombre, code*. Paris, Gallimard, 2007.

45 Les alphabets précédents avaient opéré une extraordinaire réduction du nombre des caractères mais n'écrivaient que les consonnes. Ce système graphique très adapté à des langues n'ayant que peu de voyelles exigeait donc l'intervention du lecteur qui complétait les consonnes écrites par les voyelles non-écrites. Le système graphique du grec, en écrivant les voyelles et les consonnes, automatisait la lecture qui n'avait plus besoin d'une activité sémantique de la part du lecteur qui se contentait dorénavant de déchiffrer.

46 Garapon A. et Lassègue J., *Justice digitale*, Presses universitaires de France, Paris, 2018.

47 Dans sa conférence de 1947, Turing imagine qu'on pourrait interroger un ordinateur à distance *via* le téléphone : « It would be quite possible to arrange to control a distant computer by means of a telephone line. Special input and output machinery would be developed for use at these out stations, and would cost a few hundred pounds at most. » 'Lecture to the London Mathematical Society, Feb. 20 1947', reproduit dans J. Copeland ed. *The Essential*

s'est produit ces trente dernières années. Nous nous contenterons ici de contribuer à cette recherche toujours en cours en intervenant d'un point de vue épistémologique sur ces questions inextricablement épistémologiques et sociales. La troisième révolution symbolique modifie en profondeur le régime même des interactions sociales. La situation actuelle présente de ce fait des défis multiples que nous ne comprenons pas encore clairement et que nous contrôlons encore moins. Les réseaux nous rapprochent les uns des autres en offrant des occasions inédites de prendre la mesure de la diversité humaine, en rendant possible de nouvelles hybridations et de nouvelles synthèses mais le fait d'avoir tant de voisins, comme le suggère la physique du champ moyen, peut aussi impliquer que nous devenions tous « moyens » ou presque identiques. L'organisation sociale de la science est la première victime de cette transformation : la bibliométrie nous impose de travailler dans des directions qui favorisent l'unanimité parce qu'elle repose sur la notoriété et non l'originalité, difficilement chiffrable. Le « facteur d'impact » mesure le nombre des citations des travaux mais ce facteur se limite aux *deux dernières années* alors que de nombreuses inventions, comme celles de Turing lui-même, mettent dix, vingt ou trente ans à diffuser⁴⁸. En mathématiques et en physique, dix ans sont parfois nécessaires pour comprendre un résultat difficile obtenu dans une direction originale et un résultat peut rester ignoré pendant longtemps sauf s'il apporte une réponse à un problème ouvert depuis des décennies. Les machines en réseau et l'usage à court terme qui en est fait tuent dans l'œuf toute exploration originale de directions entièrement nouvelles qui se fait hors reconnaissance immédiate. L'institution du facteur d'impact et des modalités de son application n'a jamais été discuté jusqu'à présent par des instances représentatives de nos sociétés démocratiques. Pourquoi ?

À cela, il faut ajouter la constitution du mythe du « tout calculable » qui regroupe un tout indifférencié l'analyse du vivant et l'univers–Machine (de Turing), en contradiction avec les observations de Turing lui-même, pourtant précises sur ce point. Tout se passe comme si on était resté intellectuellement bloqué sur le vieux rêve de Leibniz⁴⁹ alors que les théorèmes de limitation interne des formalismes ont maintenant presque un siècle ! Ceux qui s'ingénient à appliquer tous azimuts la seule technique qu'ils connaissent en laminant l'univers jusqu'à le vider de tout sens qui ne soit pas calcul formel font comme si la machine de Turing était la machine ultime que l'homme avait pu inventer : elle serait comme l'aboutissement scientifique du monde. Nous restons persuadés que nous en inventerons d'autres : empiler technique computationnelle sur technique computationnelle au sein d'un univers toujours identique pour en saisir la complexité (que ce soit celle du cerveau, de l'ADN ou de tout autre chose) par des biais de plus en plus abscons sans faire appel à la simplicité et la profondeur que l'invention mathématique requiert nous empêche de penser à la prochaine machine que l'humanité parviendra sûrement à inventer si nous cessons d'en freiner collectivement l'apparition. Le rôle joué par les structures mathématiques discrètes est central dans cette affaire. Les bases de données discrètes sont certes exactes et on peut y avoir accès avec précision mais elles laissent de côté deux problèmes épistémologiques majeurs qui ont traits

Turing, Oxford University Press, New York, 20054, p. 391.

48 Longo, G. (2014) Science, Problem solving and bibliometrics, in "*Use and Abuse of Bibliometrics*", Stockholm, May 2013. Proceedings, Wim Blockmans et al. (eds), Portland Press.

49 L. Couturat pouvait encore en 1901 croire au rêve leibnizien quand il en décrivait le projet en ces termes : « La nature est le produit d'une logique divine, de ce calcul immense qui est la création ; elle est pour nous une admirable machine à calculer, car elle nous fournit, tout faits, les résultats de calculs qui dépassent la portée de notre entendement ». Couturat, *La logique de Leibniz*, Alcan, Paris, 1901, p. 256. Cf. Lassègue J. (2020), "Quelques réflexions épistémologiques sur la compétition entre norme juridique et norme numérique" dans F. G'ssell (ed.), *Le Big Data et le Droit*, Paris, Dalloz, p. 113-133.

aux sciences de la nature mais aussi aux sciences sociales.

Sciences de la nature tout d'abord. L'usage généralisé des bases de données tend à occulter le grand défi épistémologique que représente la notion de mesure physique, comme nous l'avons déjà remarqué. Or, dès les années 1900, le problème avait été placé sur le devant de la scène quand Poincaré avait saisi le rôle d'interface joué par la mesure entre la non-linéarité des dynamiques mathématiques et les processus physiques. C'est ce que Turing avait, lui aussi, vu clairement : les fluctuations au-dessous du mesurable sont amplifiées jusqu'à devenir des phénomènes observables qui se révèlent imprévisibles. La mécanique quantique commença également en 1900 par une réflexion sur le caractère intrinsèquement indéterminé de la mesure et par une étonnante mesure discrète du spectre de l'énergie dans le continu de l'espace-temps. Tout ceci est mis de côté par les dynamiques computationnelles conçues, dans leur généralité, comme des systèmes alphabétiques-numériques de réécriture. En partant de valeurs exactes, ces dynamiques itèrent toujours de la même manière : il en va de la correction des programmes, mais ce n'est précisément pas ainsi que la nature se comporte puisqu'elle ne réitère pas à l'identique. De ce point de vue, l'ordinateur est un objet à proprement parler *surnaturel* et c'est bien pourquoi l'attention qu'il suscite relève plus du désir que de la raison.

Les réseaux d'ordinateurs (typiquement, internet) auraient pourtant pu modifier considérablement la donne car ils introduisent l'aléatoire des fluctuations propre au continu de l'espace-temps dans les perturbations des opérations effectuées à chaque nœud du réseau. Mais ceux qui travaillent sur la théorie des réseaux et les problèmes posés par les processus concurrents appellent cette forme de hasard « on s'en moque » : tout y est fait pour réduire celle-ci à quantité négligeable. *Et ils y parviennent* : les réseaux opèrent avec exactitude, à de rares exceptions près, grâce à l'exactitude des bases de données discrètes, sans nuance et sans incertitude quant à l'accès aux données. Si ces bases de données discrètes sont plaquées sur le monde, si cela est fait sans comprendre la méthode qui se trouve de fait imposée par l'usage d'une grille de lecture implicite, on perd le sens de la variation qui est arasée par la moyenne des comportements sur les réseaux. On perd alors toute idée d'une variabilité productive, de l'approximation et de la perturbation qui contribuent à la production nouvelle, comme l'avait montré Turing dans l'analyse de la morphogenèse. En particulier, on perd le sens de l'interface entre notre description mathématique-théorique et le monde, c'est-à-dire qu'on perd le sens de la *médiation* que représente la notion de mesure. C'est précisément ce que Turing a établi quand il attribua un rôle clé aux fluctuations : « l'effet électron » sous le niveau de la mesurabilité qui provoque la mort d'un homme sous une avalanche un an plus tard est le type même de fluctuation qui déclenche la morphogenèse. La mesure n'est donc pas synonyme de proportion : au contraire, c'est bien son caractère potentiellement *disproportionné* qui constitue les formes dans la nature. Qu'une médiation soit potentiellement disproportionnée, voilà tout le défi épistémologique auquel Turing s'est trouvé confronté dès qu'il se posa la question du calcul d'un nombre réel.

Or si l'on ne garde pas à l'esprit le problème de la mesure, on finit par lester nos outils d'intelligibilité d'une ontologie proprement mythique. De Newton à Schrödinger, on n'identifiait pas un système d'équations ou une fonction d'évolution d'une dynamique avec le processus qu'ils « modélisent », au sens du mot « modèle » utilisé par Turing. Certains platonisent encore et disent qu'une « planète intègre une équation différentielle » – formule mythique s'il en est qui prête une intention à un objet de la nature ! – en oubliant qu'il suffit de *deux* planètes tournant autour du soleil pour que le système cesse d'être intégrable : et pourtant, les planètes se meuvent ! dirait un Galilée... Les équations, la fonction, proposent ou dérivent d'une proposition une structure

causale ; il s'agit d'instruments d'intelligibilité et dans des cas fort rares, de prévisibilité, généralement qualitative (ici un attracteur, là une singularité et là un certain type de formes). De façon générale, les équations peuvent être dérivées des lois de conservation (énergie, moment...) et ce faisant des symétries sous-jacentes qui les structurent (c'est typiquement le cas des lois du mouvement). Les humains aidés des machines – dans les cas où nous sommes capables de les programmer adéquatement – peuvent alors appliquer des algorithmes – s'ils existent – pour parvenir à une solution ou produire un calcul d'approximation qui parvient à « suivre » – mais pas pour « longtemps » – la dynamique à modéliser. Nous savons qu'il suffit d'un minimum de non-linéarité, à savoir des interactions entre plus de deux corps ou agents seulement, pour que le calcul diverge rapidement de ce à quoi ressemble la dynamique physique. Et il est facile de le montrer même sans comparer le calcul mathématique au processus physique car il n'est pas nécessaire de mesurer le processus à l'instant initial t puis à un instant ultérieur : il suffit d'observer qu'une très petite différence dans une approximation (disons à la 15^{ème} décimale, en t , pour la très simple fonction logistique) provoque des différences radicales après quelques réitérations du calcul (50 réitérations sont suffisantes pour que la fonction occupe tout l'espace des phases). Puisque la mesure physique est toujours un intervalle, la différence montre qu'une fluctuation sous le seuil de la meilleure mesure possible rend le processus physique, modélisé par la fonction ou équation en question, imprévisible pour le calcul mathématique. En mécanique quantique, la mesure produit des valeurs de probabilité qui sont des nombres réels tandis que le calcul (l'équation de Schrödinger) est effectué sur des nombres complexes.

Bref, dans l'un et l'autre cas, la mesure physique est une interface fondamentale et complexe articulant des tentatives théoriques (autant que possible mathématiques) et les phénomènes ; elle montre à la fois l'abîme entre les deux et le lieu où se situe la science en tant que création humaine, dans le jeu qu'elle rend possible entre la culture et le monde. Le modèle mathématique (typiquement les équations) et les calculs algorithmiques fondés sur lui sont tout à fait différents du processus physique : la mesure les met en rapport et les distingue en même temps et c'est ainsi qu'il faut comprendre le terme de « médiation ».

Que font donc les « computationnalistes » du monde physique et biologique ? Reprenons un instant ce que disent deux éminents professionnels des algorithmes, S. Wolfram sur la physique et G. Chaitin sur la biologie. Le premier dit de l'univers physique : “We can certainly imagine a universe that operates like some behaviour of a Turing machine”⁵⁰ tandis que le second fait remarquer à propos de la notion de vie : “Life as randomly evolving software, software that describes a random walk of increasing fitness in program space.”⁵¹ Ainsi dans les deux cas, c'est, avant tout, la notion de mesure qui disparaît et avec elle l'importance de l'altérité propre à la matière physique et biologique⁵². C'est ce qui conduit G. Chaitin à dire : « we shall ignore bodies and metabolism and energy and consider purely software organisms ». Le dualisme foncier de cette attitude épistémologique consiste à ignorer la matière et non pas à la concevoir comme altérité. Cette attitude est rendue possible parce que l'univers est envisagé comme une structure discrète et plus profondément, comme une *écriture* alphabétique-numérique discrète, celle du lambda-calcul de Church ou de la machine de Turing, suites finies de signes transformés en d'autres suites finies de

50 Wolfram, S (2013) “The importance of Universal Computation”, in *A. Turing, his work and impact*, Cooper ed., Elsevier.

51 Chaitin, G. (2012), *Proving Darwin. Making biology mathematical*. New York: Vintage.

52 Au sujet des défis de la mesure biologique, voir Montévil, M. (2019) Measurement in biology is methodized by theory. *Biology & Philosophy*. June, 34:35

signes en suivant des règles de transformation elles-mêmes écrites sous forme de suites finies de signes. Une fois évacuée la question de la mesure et partant de l'altérité de la matière physique, la correspondance entre l'écriture mathématique et le monde est *exacte* : le monde est une machine à états discrets, une machine à ré-écrire, simple transformation de suites de signes en suites de signes. De ce point de vue, l'idée sous-jacente au mythe computationnaliste est que le calcul comme résultat d'une écriture alphabétique-numérique est *inscrit* dans la nature et que, réciproquement, la simulation d'un processus physique effectuée par un ordinateur est complètement identifiable à la dynamique de la réécriture des signes. L'écriture et le monde sont censés se superposer sans reste alors que la nature n'est écrite ni avec des nombres, ni avec des lettres. C'est *nous* et nous seulement qui associons des nombres et des lettres au monde par le biais de la mesure. Selon la magnifique remarque de Riemann⁵³, dans une variété discrète, qu'il oppose à une variété continue, on remplace l'*acte* de mesure par la seule *énumération*.

Au-delà de la perte du sens, de la perte du rôle joué par le sujet connaissant dans la conscience scientifique comme de la perte du rôle d'interface joué par la mesure dans l'accès à la nature, cette énumération est aussi trompeuse car l'accumulation croissante d'immenses banques de données ne fait que renforcer des résultats dus à Ramsey et van der Waerden⁵⁴ dès les années 30 : si on se donne n'importe quelle corrélation entre des ensembles de nombres ou dans des bases de données, on peut toujours trouver un nombre p suffisamment grand tel que *tout* ensemble contenant un nombre p d'éléments contienne la corrélation donnée. Comme il est possible d'engendrer ces ensembles de façon aléatoire, il devient de plus en plus probable, à mesure que de nouvelles données sont insérées, qu'elles soient le fruit du hasard et qu'elles ne permettent donc aucune prédiction⁵⁵. S'en tenir à accroître la taille des bases de données en cherchant à en saturer le monde réserve donc de mauvaises surprises...

La confiance aveugle dans des signes formels leste ainsi ces derniers d'un poids ontologique à proprement parler mythique et fait des computationnalistes des adeptes du *littéralisme* qui n'est visiblement pas le monopole des formes religieuses les plus radicalisées, de la *Bible belt* à *Daech*. C'est toujours cette même confiance aveugle dans l'ontologie des signes qui sert de moteur à la frénésie du « tout calculable » : elle détruit l'idée même de signe qui vit de *l'écart* entre la culture et le monde.

C'est bien en partant de ce point que doit prendre place une réflexion sur l'épistémologie des sciences sociales. On pourrait croire en effet que les sciences sociales se situent intégralement du côté du monde de la culture : le problème de l'interface avec la nature physique *via* la médiation de la mesure ne les affecterait donc pas et la méthodologie discrète mise en œuvre dans les réseaux serait au contraire une chance à saisir pour elles, que ce soit en sociologie, dans le droit et dans toutes les connaissances pour lesquelles une quantification statistique est possible parce qu'on imagine pouvoir atteindre à la certitude objective en déléguant à des machines l'exécution exacte de protocoles contrôlés par des algorithmes⁵⁶. Mais là encore, l'usage de la quantification repose sur un *a priori* non discuté quant à la nature des signes car on feint d'ignorer que c'est seulement par un

53 Riemann B. "On the hypothesis which lie at the basis of Geometry", 1854 (Engl. by W. Clifford, Nature, 1973)

54 Ramsey F.P., (1929), "On a problem in formal logic," *Proc. London Math. Soc.*, Vol. 30, pp. 264–286.

55 Calude, C. & Longo, G. (2017) "The deluge of Spurious Correlations in Big Data" in *Foundations of Science* Vol. 22, Issue 3, pp 595–612.

56 Lassègue J. (2019), "Ambivalence du calculable et crise du jugement", *Archives de philosophie*, Avril-Juin 2019, Tome 82 – Cahier 2 : 255-274.

artifice méthodologique remontant à Hilbert qu'il est possible de scinder en deux la partie matérielle et la partie significative des signes d'écriture. Ce faisant, on éloigne encore un peu plus l'écriture de la représentation de la parole vivante qui prend toujours place au sein d'une interlocution dans l'espace et ne consiste pas en des messages écrits échangés par imprimante interposée comme dans le jeu de l'imitation imaginé par Turing en 1950. Les médiations symboliques incarnées dans des institutions sont évidemment aussi à l'œuvre dans le mode de la culture et, de ce point de vue, la notion de mesure a aussi un pendant politique que la mythologie computationnaliste tente par tous les moyens de réduire à quantité négligeable. Un exemple le plus clair de cette attitude dans les sciences sociales se situe dans l'usage que l'on voudrait généraliser de la « blockchain », ce type de logiciel en réseau comme le *bitcoin* qui serait susceptible de se débarrasser de tous les intermédiaires symboliques dans les interactions sociales, du langage au tribunal en passant par l'authentification des actes ou les banques centrales. Véritable *automaton* fonctionnant sans instance centrale de gouvernement, elle permettrait de se passer de toute médiation symbolique autre que logicielle. Ce faisant, ces réseaux s'en tiennent à des micro-mondes composés d'éléments en nombre fini (participants comme objets de transaction) et dont la complétude et les calculs qui vont avec ne font *a priori* pas problème. Mais outre les problèmes difficiles de concurrence sur les chaînes de blocs, on se trouve nécessairement confronté à un résultat que Turing connaissait bien : l'impossibilité d'une vérification totale d'un programme quelconque par une instance automatisée. Concrètement, que se passe-t-il dans une chaîne de blocs quand on est confronté à un bug logiciel ? Et qui aura autorité pour diagnostiquer le problème et poser au plus vite un patch (surtout quand il s'agit de faille de sécurité portant sur des sommes considérables de monnaie virtuelle) ? On finit donc par réintroduire *sous le manteau* des formes de prises de décision qui ne sont validées par aucune instance démocratique parce qu'on a commencé par récuser toute forme de médiation symbolique : on gouverne donc par préterition parce que l'idée même de politique fait désormais défaut.

Il y a bien sûr des usages raisonnés des réseaux et loin de nous l'idée de sous-estimer l'extraordinaire révolution symbolique dont ils sont les porteurs : il vaut mieux donc en comprendre l'origine et les enjeux. Mais ils n'en sont pas les acteurs et s'en remettre à l'*automaton* de l'écriture en aliénant notre liberté collective est un écueil contre lequel il faut lutter. Turing, de ce point de vue, l'a payé cher mais nous a montré la voie, en s'immergeant chaque fois librement dans différents univers de pensée : la machine, le jeu homme/femme, la genèse continue de formes matérielles.

Bibliographie

Abbott, A. (2015). *Value Indefiniteness, Randomness and Unpredictability in Quantum Foundations*, thèse de doctorat, University of Auckland, Auckland & École Polytechnique, Paris.

Asperti, A. & Longo, G. (1991) *Categories, Types and Structures; Category Theory for the working computer scientist*. Boston, M.I.T. Press.

Bailly, F. & Longo G. (2009). "Biological Organization and Anti-Entropy". *Journal of Biological Systems*, Vol. 17, n. 1.

- Barendregt, H. (1984). *The Lambda Calculus. Its Syntax and Semantics*. Studies in Logic and Foundations of Mathematics 103, Amsterdam, North-Holland.
- Belousov, V. P. (1959). “Периодически действующая реакция и ее механизм” *Сборник рефератов по радиационной медицине*. 147: 145 republiée en traduction anglaise “Periodically acting reaction and its mechanism”, Collection of abstracts on radiation medicine, 1958, Moscow, Medgiz, 145–147.
- Calude, C. & Longo, G. (2017). “The deluge of Spurious Correlations in Big Data”. *Foundations of Science*, Vol. 22, Issue 3, 595–612.
- Chaitin, G. (2012). *Proving Darwin. Making biology mathematical*. New York, Vintage.
- Church, A. (1932), “A Set of Postulates for the Foundation of Logic”, *Annals of Mathematics* (Second Series), 33, 346–366.
- Church, A. (1940). “A Formulation of the Simple Theory of Types”, *Journal of Symbolic Logic*, 5, 56–68.
- Church, A. (1941). *The Calculi of Lambda-Conversion*. Series: Annals of Mathematics Studies, Volume 6, Princeton, Princeton University Press.
- Cockett, J.B.R. & Hofstra, J.W. (2008). “Introduction to Turing categories” *Annals of Pure and Applied Logic* Vol.156, 2-3 Dec.,183-209.
link: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168007208000948>
- Couturat, L. (1901). *La logique de Leibniz*, Alcan, Paris.
- Gandy, R. O. & Yates C. E. M. (eds.) (2001). *The Collected Works of A M. Turing: Mathematical Logic*, vol. 4, Amsterdam, North-Holland.
- Garapon, A. & Lassègue, J. (2018). *Justice digitale*, Presses universitaires de France, Paris.
- Gibbs, J. W. (1876). “On the Equilibrium of Heterogeneous Substances”, *Transactions of the Connecticut Academy of Arts and Sciences*, 3, 108–248.
- Girard, J.-Y. (1971). “Une Extension de l’Interprétation de Gödel à l’Analyse, et son Application à l’Élimination des Coupures dans l’Analyse et la Théorie des Types”, *Proceedings of the Second Scandinavian Logic Symposium*. Amsterdam, 63–92.
- Girard, J.Y. (1990). *Proofs and Types*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Gödel, K. (1931). “Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I”, *Monatshefte für Mathematik und Physik*, 38, 173–198 ; republié en traduction anglaise dans Gödel, K. (1986). *Collected Works*, Oxford, Oxford University Press, 144–195.
- Gödel K. (1958), “Über eine bisher noch nicht benutzte Erweiterung des finiten Standpunktes”, *Dialectica*, 12, 280–287 republié en traduction anglaise dans Gödel, K. (1990), *Collected Works*, Oxford, Oxford University Press, 240–25.
- Herrenschmidt, C. (2007). *Les Trois Écritures, Langue, nombre, code*. Paris, Gallimard.
- Hilbert, D. (1990) [1900]. *Sur les futurs problèmes des mathématiques*, Paris, éditions Jacques Gabay.
- Hyland, M. (1988). “A small complete category”, *Ann. Pure Appl. Logic*, Vol. 40, Amsterdam, North-Holland, 93-133.

Israeli, N. & Goldenfeld, N. (2004). “Computational irreducibility and the predictability of complex physical systems”, *Physical Review Letters*, 92 (7), 074105-1/4.

Kleene, S. C. (1936). “Lambda-definability and recursiveness”. *Duke Mathematical J.*, vol. 2, 340-353.

Kolmogorov, A. N. (1954). “О сохранении условнопериодических движений при малом изменении функции Гамильтона” *Dokl. Akad. Nauk SSR* 98, 527–530, republié en traduction anglaise “On the Conservation of Conditionally Periodic Motions under Small Perturbation of the Hamiltonian”, *Stochastic Behavior in Classical and Quantum Hamiltonian Systems*, Volta Memorial conference, Como, 1977, Lecture Notes in Physics, vol. 93, Springer, 1979, 51–56.

Kreisel, G. (1982-84). “Four letters on computability”, (manuscript)
<http://www.di.ens.fr/users/longo/files/FourLettersKreisel.pdf>

Lassègue, J. (1996). “What Kind of Turing Test did Turing have in Mind ?”, *Tekhnema; Journal of Philosophy and Technology*, (3), 37-58.

Lassègue, J. (2002). “Turing, entre formel et forme ; remarques sur la convergence des perspectives morphologiques”, *Intellectica*, 2002/2 (35), 185-198.

Lassègue, J. (2004). “L’*évolution du constructivisme turingien : de la logique du mental à la morphogenèse de l’idée*”, *Intellectica*, 2004/2 (39), 107-124.

Lassègue, J. (2008). “Turing entre le formel de Hilbert et la forme de Goethe”, *Matière première*, (3), 57-70.

Lassègue J. (2019), “Ambivalence du calculable et crise du jugement”, *Archives de philosophie*, Avril-Juin 2019, Tome 82 – Cahier 2, 255-274.

Lassègue J. (2020), “Quelques réflexions épistémologiques sur la compétition entre norme juridique et norme numérique”. In F. G’sell (ed.) (2020). *Le Big Data et le Droit*, (113-133), Paris, Dalloz.

Lassègue J. & Longo G. (2012). “What is Turing’s Comparison between Mechanism and Writing Worth?”, *Lecture Notes on Computer Science n°7318* (Cooper S.B., Dawar A. & Löwe B., Eds.), (451–462), Berlin, Springer.

Longo, G. (1988). “On Church’s Formal Theory of Functions and Functionals”, *Annals of Pure Appl. Logic*, 40, 93-133.

Longo, G. (2014). “Science, Problem solving and bibliometrics”. In Wim Blockmans et al. (eds), *Use and Abuse of Bibliometrics*, Stockholm, Portland Press.

Longo, G. (2018). Information and causality: Mathematical Reflections on Cancer Biology. *Organisms. A journal in Biological Sciences*, Vol. 2, n. 1.

Longo, G. (2018). “Interfaces of Incompleteness”. In Minati, G, Abram, M & Pessa, E. (Eds.) *Systemics of Incompleteness and Quasi-systems*, Springer, New York.

Longo, G. & Moggi, E. (1988). “Constructive natural deduction and its modest interpretation”. In Meseguer (Ed.), *Workshop, Semantics of Natural and Programming Languages*, Stanford, March 1987, Cambridge, MIT Press.

Lorentz, G. (1963). Deterministic nonperiodic flow. *Journal of Atmospheric Sciences*. Vol.20, 130-141.

Martin-Löf, P. (1984). *Intuitionistic Type theory*, Napoli, Bibliopolis.

- Montévil, M. (2019) Measurement in biology is methodized by theory. *Biology & Philosophy*. June, 34:35
- Poincaré, H. (1892). *Méthodes nouvelles de mécanique céleste*, Tome 1, Paris, Gauthier-Villars.
- Poincaré, H. (1902). *La Science et l'Hypothèse*, Paris, Flammarion.
- Poincaré, H. (1884). “Sur certaines solutions particulières du problème des trois corps”. *Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des sciences de Paris*, 97, 251-252.
- Ramsey, F.P. (1929), “On a problem in formal logic”, *Proc. London Math. Soc.*, Vol. 30, 264-286.
- Riemann, B. (1973). [1854]. “On the hypothesis which lie at the basis of Geometry”, *Nature*, vol. VIII, n°183, 14-17 ; 184, 36-37.
- Schrödinger, E. (1944), *What is Life? The Physical Aspect of the Living Cell*. The Institute at Trinity College, Dublin, in February 1943, Cambridge, Cambridge University Press.
- Turing, A. 1936, “On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem”, *Proc. London Maths. Soc.* (Series 2), 42, 230–265 ; traduction française Turing A. & Girard J.-Y. (1999). *La machine de Turing*, Blanchard P. ed., Le Seuil, Paris.
- Turing, A. (1947). “Lecture to the London Mathematical Society, Feb. 20 1947”. In Copeland J. ed. *The Essential Turing*, (378-394). New York, Oxford University Press.
- Turing, A. (1950), “Computing machinery and intelligence”, *Mind*, 50, 433–460 ; <https://www.csee.umbc.edu/courses/471/papers/turing.pdf> ; traduction française Turing A. & Girard J.-Y. (1999). *La machine de Turing*, Blanchard P. ed., Le Seuil, Paris.
- Turing, A. (1952), ‘The chemical basis of morphogenesis’, *Phil. Trans. R. Soc. London B* 237, 37–72.
- Verdier, J. L., Saint-Donat B. & Grothendieck, A. (1972). *Théorie des Topos et Cohomologie Étale des Schémas*, Springer Lecture Notes in Mathematics, Berlin & Heidelberg, Springer.
- Von Neumann, J. (1945). First Draft of a Report on the EDVAC. In *IEEE Annals of the History Of Computer* Vol. 15 N.4 1993.
<https://www.di.ens.fr/~pouzet/cours/systeme/bib/edvac.pdf>
- Von Neumann, J., (1951). “The General and Logical Theory of Automata”. *Cerebral Mechanisms in Behavior: The Hixon Symposium*, New York, John Wiley & Sons.
- Wolfram, S. (2002). *A New Kind of Science*, Champaign, Wolfram Media.
- Wolfram, S. (2002). *Cellular Automata and Complexity*, Boulder, Westview Press.
- Wolfram, S. (2013). “The importance of Universal Computation” In *A. Turing, his work and impact*, Cooper ed., Elsevier.