

## TD de Algorithmique n° 8 : Parlez vous arbres ?

24 Novembre 2011

(Correction)

### I) L'aire de jeu

Abstraitement un arbre est une structure composée de *feuilles* qui stockent de l'information et de *nœuds* qui stockent ou non de l'information et représentent un embranchement d'arbres.

Un arbre est dit binaire si de chaque nœud part deux sous arbres que l'on désigne comme le sous arbre gauche et le sous arbre droit.

Le premier nœud d'un arbre est appelé la *racine*.

#### Exercice 1 :

1. Qu'est ce qu'un biologiste représente canoniquement sous forme d'arbre ?
2. Voyez vous comment les représenter algébriquement ? (à la `type liste a = Vide | Elem of a * liste`

#### Correction :

1. Des espèces, un dictionnaires de génome,
2. `type tree a = cons of a*liste (tree a) ou binairment type tree=Leaf of a|Node of tree a*a*tree a`

### II) Jongleries

#### Exercice 2 : Manipulations élémentaires d'un arbre binaire

1. Compter le nombre de nœud d'un arbre.
2. On appelle hauteur d'un arbre le nom de nœuds maximum entre la racine et une feuille. Comment la calculer ?
3. Trouver si un élément appartient à un arbre (il y a 2 manières de l'écrire, donnez les)

#### Exercice 3 : Equilibrage

Un arbre est dit équilibré si ses sous arbres le sont et que la différence de hauteur entre les sous arbres est au plus de 1.

1. Si l'on a un arbre équilibré dont les branches les plus longues sont les branches les plus à droite, comment insérer un élément dans cet arbre en obtenant un arbre qui vérifie la même propriété avec un coût égal à la hauteur de l'arbre ?
2. Comment enlever un élément dans un tel arbre ? Poser vous la question de comment enlever l'élément "le plus profond" de l'arbre puis déduisez en comment enlever un élément quelconque.

**Exercice 4 : Arbres binaires de recherche**

Si maintenant on ajoute la propriété que tous les éléments dans le sous arbre gauche d'un nœud sont plus petit que l'élément porté par le nœud et ceux du sous arbre droit sont plus grand.

1. Comment écrire la fonction **Max** qui retourne le plus grand élément de l'arbre ?
2. Comment savoir efficacement si un élément appartient à un arbre ?
3. Comment insérer et supprimer un élément dans l'arbre ?
4. Comment obtenir le plus petit élément appartenant à l'arbre plus grand qu'un nombre  $n$  ?
5. Comparez les coût avec les même opération dans un tableau trié.