

TD 8

Calcul propositionnel : unification et résolution

Les questions marquées d'une étoile \star sont plus difficiles.
 Toutes les clauses sont universelles.

Exercice 1 : Soient c un symbole de constante; f, g des symboles de fonction binaire; k un symbole de fonction ternaire. Unifier le système :

$$S = \{(kfcgv_4v_3 fcv_3v_4 kv_3v_4v_2, kv_2v_2v_1)\}$$

Exercice 2 : Soient f, g des symboles de fonction binaires; c, d des symboles de constante. Unifier le système $S = \{(fv_1gdv_0, ffcv_2gfv_1v_1c)\}$, si c'est possible.

Exercice 3 : Appliquer la règle de résolution de deux manières différentes aux clauses suivantes :

$$Sv_0 \Rightarrow (Pv_0 \vee Rv_0) \quad (Pv_0 \wedge Pfv_1) \Rightarrow Qv_0v_1$$

Exercice 4 : On considère le système formé des six clauses suivantes :

$$\begin{array}{ll} (1) Qfv_0 \Rightarrow Sv_0 & (2) \Rightarrow (Sv_0 \vee Rfv_0v_0) \\ (3) Pv_0 \Rightarrow Qv_0 & (4) (Pv_1 \wedge Rv_0v_1) \Rightarrow Pv_0 \\ (5) \Rightarrow Pc & (6) Sc \Rightarrow \end{array}$$

a) On a résumé ci-dessous une réfutation du système. On a numéroté chaque nouvelle clause dérivée à partir de 7 (pour éviter toute confusion avec les clauses de départ). Pour chaque nouvelle clause, indiquer comment elle est obtenue à partir des lignes précédentes ou des clauses de départ.

$$\begin{array}{l} (7) Qfc \Rightarrow \\ (8) Pfc \Rightarrow \\ (9) (Pv_1 \wedge Rfcv_1) \Rightarrow \\ (10) Pc \Rightarrow Sc \\ (11) \Rightarrow Sc \\ (12) \square \end{array}$$

\star b) Proposer une autre réfutation du système, en commençant par dériver $\Rightarrow Rfcc$.

Exercice 5 : On considère le langage formé des fonctions unaires f et g , de la relation binaire R , et de la constante c . Soit le système formé des trois clauses suivantes :

$$(1) Rv_0v_1 \Rightarrow Rv_0fv_0 \quad (2) \Rightarrow Rv_0gv_0 \quad (3) \Rightarrow Rffcc$$

On veut montrer que la proposition $\exists v_0 \exists v_1 \exists v_2 (Rv_0v_1 \wedge Rv_1v_2 \wedge Rv_2v_0)$ est conséquence du système.

a) Montrer que c'est équivalent à réfuter le système composé des clauses (1), (2), (3) et :

$$(4) Rv_0v_1 \wedge Rv_1v_2 \wedge Rv_2v_0 \Rightarrow$$

- b) Dérivée du système de la question (a) la clause : $\Rightarrow Rv_0fv_0$.
 c) En s'aidant de la question précédente, dériver les clauses $\Rightarrow Rcfcc$ et $\Rightarrow Rfcffc$.
 d) Finalement, réfuter le système.

Exercice 6 : On considère le langage formé des symboles de constante a et b , des relations unaires P, R, S , et de la relation binaire Q , et on s'intéresse au système suivant :

$$\begin{array}{l} (1) Pa \wedge (Rv_0 \Rightarrow Qav_0) \\ (2) \neg Pv_0 \vee \neg Sv_1 \vee \neg Qv_0v_1 \\ (3) Rb \wedge Sb \end{array}$$

- a) Traduire ce système en un ensemble de clauses.
 b) Réfuter le système en utilisant la méthode de résolution.

Exercice 7 : On considère le langage formé des deux symboles de constante a et b , des symboles de fonction unaire h et k , et des symboles de fonction binaire f et g . Unifier les systèmes suivants :

- a) $\{(gv_0ghbgv_2v_3, gggv_5v_1hv_4ghbv_0)\}$.
- b) $\{(gv_3ggv_2agv_0v_1, gggv_0v_2gv_0v_1ggv_2av_3)\}$.
- c) $\{(gv_4ggfgv_1v_6fv_5v_{12}gfv_{10}av_2fv_7v_8, gffv_3v_9fv_{11}v_{11}ggv_2gfv_{10}afv_6v_0v_4)\}$.
- d) $\{(fv_2fffgv_4v_1fv_3v_5fgv_7bv_0gv_6v_8, fggv_9v_3gv_9v_{10}ffv_0fgv_7bfv_{11}v_{12}v_2)\}$.
- e) $\{(gv_0gggkv_5gv_{11}v_7ggv_1ghv_2kv_8hv_9, ghgv_{10}v_3ggv_6ggkkv_4ghv_2v_1gv_{12}v_8v_0)\}$.