

Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage
cours 9 du 3 mai 2011.

1. Soit F est une extension finie de $F(p)$ qui contient tous les zéros de $X^{p^m} - X$. Montrer (i) que $X^{p^m} - X$ a tous ses zéros distincts dans F ; (ii) directement que ces zéros forment un corps.
2. Soit G un groupe commutatif contenant des éléments g et h d'ordres r et s respectivement. (i) Montrer que si $g^n = 1$ alors $r|n$. (ii) Montrer que si $r \wedge s = 1$ alors gh a pour ordre rs . (iii) Montrer que si $r = r_1 r_2$ alors $g_1^{r_1}$ a pour ordre r_2 .
3. (i) Montrer que dans tout corps:

$$X^s - 1 | X^r - 1 \Leftrightarrow s|r.$$

(ii) Montrer que $p.g.c.d.\{X^r - 1, X^s - 1\} = X^d - 1$ avec $d = p.g.c.d.\{r, s\}$.

4. Montrer la propriété (M7) du cours (Rappel: pour $\alpha \in F(p^m)$, on a $\alpha \in F(p)$ ssi $\alpha^p = \alpha$).