Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage

cours 8 du 5 avril 2011.

1. Montrer que $(1-xy)^M \leq 1-x+e^{-yM}$ pour $0 \leq x, y \leq 1$ et $M > 0$.

2. Dans la preuve du théorème de canal-source, montrer que le choix des β_0, δ_0, δ_1, C' et R' est licite.

3. Montrer que si C est un code linéaire sur F_2 et toute combinaison linéaire de $\leq e$ colonnes de H sont distinctes alors $d_{\min}(C) \geq 2e+1$ et le code C peut corriger des erreurs de poids $\leq e$.

4. Soit C un code linéaire sur les entiers $F_3 = \{0, 1, 2\}$ modulo 3 généré par la matrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

   Décoder par la méthode du sydrome les vecteurs: $2121, 1201, 2222$.

5. Soit C un code (n,k)-linéaire sur F_q et pour tout $\mathbf{y} \in F_q^n$, on définit $C - \mathbf{y} = \{\mathbf{x} - \mathbf{y},\, \mathbf{x} \in C\}$. $C - \mathbf{y}$ est un coset de C. Montrer que $C - \mathbf{y} = C$ ssi $\mathbf{y} \in C$, puis que:

   (a) si $\mathbf{x}_j$ est un mot code de C, le nombre de mots code à distance de Hamming i de $\mathbf{x}_j$ est A_i, le nombre de mots code de poids i.

   (b) le nombre de paires de mots code $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ avec $d_H(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = i$ est exactement $q^k A_i$.