Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage
cours 7 du 30 mars 2010.

1. Pour le canal vu en cours avec $A_X = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$, $A_Y = \{0, 1\}$,

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et $b(0) = b(1) = 1$, $b(1/2) = 0$. Expliciter un code qui satisfait les conditions du théorème de codage de canal.

2. Dans le cas du canal binaire symétrique, montrer que l'ensemble T défini dans la preuve du Théorème 5.4 est de la forme $T = \{(\mathbf{x}, \mathbf{y}), d_H(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq r\}$, où d_H est la distance de Hamming. Exprimer r en fonction de n, R' et ϵ la probabilité d'erreur du canal. (On supposera $p(x = 0) = p(x = 1) = 1/2$.)

3. On considère le canal $A_X = \{0, 1\}$, $A_Y = \{0, 1, 2, 3\}$,

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}$$

et $b(0) = b(1) = 1$. On définit le code suivant: $n = 2$, $M = 2$, $C = \{(00), (11)\}$, le taux est $r = \frac{1}{2}$ bit par symbole. La règle de décodage est donnée par le tableau suivant: $f(y_1 y_2) = (y_1 y_2)$-ème entrée du tableau:

		y_2			
		0	1	2	3
y_1	0	00	00	00	?
	1	00	00	?	11
	2	00	?	11	11
	3	?	11	11	11

Montrer que $P_E^{(i)} = \frac{4}{9}$ pour $i = 1, 2$. Améliorer le décodage pour obtenir $P_E^{(i)} = \frac{1}{3}$.