

Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage
cours 7 du 7 avril 2009.

1. Soit C un code linéaire sur les entiers $F_3 = \{0, 1, 2\}$ modulo 3 généré par la matrice

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Décoder par la méthode du syndrome les vecteurs: 2121, 1201, 2222.

2. Montrer que si C est un code linéaire sur F_2 et toute combinaison linéaire de $\leq e$ colonnes de H sont distinctes alors $d_{\min}(C) \geq 2e + 1$ et le code C peut corriger des erreurs de poids $\leq e$.
3. Soit C un code (n, k) -linéaire sur F_q et pour tout $\mathbf{y} \in F_q^n$, on définit $C - \mathbf{y} = \{\mathbf{x} - \mathbf{y}, \mathbf{x} \in C\}$. $C - \mathbf{y}$ est un coset de C . Montrer que $C - \mathbf{y} = C$ ssi $\mathbf{y} \in C$, puis que:
- si \mathbf{x}_j est un mot code de C , le nombre de mots code à distance de Hamming i de \mathbf{x}_j est A_i , le nombre de mots code de poids i .
 - le nombre de paires de mots code $(\mathbf{x}, \mathbf{x}')$ avec $d_H(\mathbf{x}, \mathbf{x}') = i$ est exactement $q^k A_i$.
4. Pour n et d fixés, soit $M_L(n, d)$ le nombre maximum de mots code d'un code linéaire binaire de longueur n et de distance minimale $\geq d$. Montrer que

$$M_L(n, d) \geq \frac{2^n}{1 + \binom{n}{1} + \dots + \binom{n}{d-1}}.$$