

Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage

cours 5 du 24 mars 2009.

1. Calculer le ratio de compression asymptotique de l'algorithme de Lempel-Ziv dans le cas de la suite constante.
2. On a vu en cours que le nombre maximum de mots distincts c en lequel une suite de longueur n peut être découpé satisfait $n > c \log_K(c/K^3)$, où K est la taille de l'alphabet de source.
 - a) Montrer que si $n \geq m(m-1)/2$ alors $c \geq m$.
 - b) Montrer que $n < c(c+1)/2$.

3. Soient $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$ et $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$ des v.a. correspondant à un canal sans mémoire, i.e.

$$p(y_1, \dots, y_n | x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p(y_i | x_i).$$

Montrer que $I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) \leq \sum_{i=1}^n I(X_i; Y_i)$.

4. Montrer que $(1 - xy)^M \leq 1 - x + e^{-yM}$ pour $0 \leq x, y \leq 1$ et $M > 0$.