

# Exercices du cours de Théorie de l'Information et Codage

## cours 5 du 24 mars 2009.

1. Calculer le ratio de compression asymptotique de l'algorithme de Lempel-Ziv dans le cas de la suite constante.
2. On a vu en cours que le nombre maximum de mots distincts  $c$  en lequel une suite de longueur  $n$  peut être découpé satisfait  $n > c \log_K(c/K^3)$ , où  $K$  est la taille de l'alphabet de source.
  - a) Montrer que si  $n \geq m(m-1)/2$  alors  $c \geq m$ .
  - b) Montrer que  $n < c(c+1)/2$ .
3. Soient  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)$  et  $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)$  des v.a. correspondant à un canal sans mémoire, i.e.

$$p(y_1, \dots, y_n | x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n p(y_i | x_i).$$

Montrer que  $I(\mathbf{X}; \mathbf{Y}) \leq \sum_{i=1}^n I(X_i; Y_i)$ .

4. Montrer que  $(1 - xy)^M \leq 1 - x + e^{-yM}$  pour  $0 \leq x, y \leq 1$  et  $M > 0$ .