Université Paris 2 - Licence Sciences Economiques et de Gestion 1ère année
MATHEMATIQUES 2 - Cours de Mme Morhaim

<u>Exercice 1</u> Etudier le comportement des suites définies pour tout entier naturel n par
1) $u_n = \frac{n-1}{2n+1}$ 2) $v_n = ne^{-n}$ 3) $w_n = \frac{2\times(-1)^n+4}{n+1}$ 4) $t_n = \frac{3n}{n^2+5}$

<u>Exercice 2</u> Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, 5^n \geq 4n+1$

<u>Exercice 3</u>
1) Préciser la raison des suites arithmétiques suivantes puis compléter
a) $u_1 = 50, u_9 = 82, u_{22} = ...$ b) $u_4 = 1000, u_{12} = 840, u_{19} = ...$
2) Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? si oui, préciser la raison
a) $u_0 = 8$ et $\forall n \geq 0, u_{n+1} = -u_n + 4$ b) $\forall n \geq 0, 2u_n + 5n - 1 = 0$
3) Préciser la raison des suites géométriques suivantes puis compléter
a) $u_9 = 7, u_{11} = 112, u_{24} = ...$
b) $u_2 = 8000, u_3 = 1600, u_{11} = ..., S_7 = ..., S_\infty = ...$ (avec $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i$ et $S_\infty = \lim_{n\to+\infty} S_n$)
4) Les suites suivantes sont-elles géométriques ? si oui, préciser la raison
a) $\forall n \geq 0, 4u_n + 5.2^n = 0$ b) $u_0 = 2$ et $\forall n \geq 0, u_{n+1} = (u_n)^{n+1}$
5) On considère la suite géométrique de premier terme $u_0 = 120000$ et de raison $q = 0,8$. On pose $S_n = \sum_{i=0}^{n} u_i$. Quel est le plus petit entier n a) tel que $S_n \geq 580000$? b) tel que $S_n \geq 620000$?

<u>Exercice 4</u> Une entreprise a mis en place un système de parrainage qui lui permet d'augmenter ses ventes de 1% chaque trimestre. Le premier bilan trimestriel a montré qu'elle avait vendu 8000 unités. L'entreprise pose le problème suivant : elle se demande combien de temps il lui faudra maintenir le système de parrainage pour augmenter ses ventes de 20% ? atteindre 12000 unités vendues ? doubler ses ventes ? Montrer qu'on peut modéliser le problème à l'aide d'une suite $(u_n)_n$ dont on étudiera les propriétés, puis répondre au problème.

<u>Exercice 5</u> Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 8$ et $\forall n, u_{n+1} = \frac{4u_n+3}{u_n+2}$.
1) Montrer que pour tout $n, u_n > 0$.
2) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est-elle monotone ?
3) Rappeler la définition d'une suite géométrique. Montrer que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $v_n = \frac{u_n-3}{u_n+1}$ est une suite géométrique.
4) En déduire le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$
5) Etudier le comportement de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ quand n tend vers l'infini.

<u>Exercice 6</u> Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et
$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 2u_n + f(n)$ lorsque
a)$f(n) = 8$ b)$f(n) = n+1$ c)$f(n) = n^2+2$ d)$f(n) = 5^n$ e) $f(n) = 6.2^n$

<u>Exercice 7</u> Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + 2u_n + f(n)$ lorsque
a) $u_0 = 1, u_1 = 3$ et pour tout entier n, $f(n) = 0$
b) $u_0 = 1, u_1 = \frac{5}{2}$ et pour tout entier n, $f(n) = n+2$
c) $u_0 = \frac{5}{4}, u_1 = \frac{1}{2}$ et pour tout entier n, $f(n) = 3^n$
d) $u_0 = 1, u_1 = \frac{4}{3}$ et pour tout entier n, $f(n) = 2^n$

<u>Exercice 8</u> Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1, u_1 = 2$ et
$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n + f(n)$ lorsque
a)$f(n) = n^2+1$ b)$f(n) = 2^n$

<u>Exercice 9</u> Donner le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par par $u_0 = 1, u_1 = 5$ et
$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = 2u_{n+1} - 2u_n + 2n + 1$