

Exercice 1

Calculer a) $\int_0^1 x dx$ b) $\int_1^2 2xe^{x^2-1} dx$ c) $\int_0^2 x^2 e^{x^3+1} dx$ d) $\int_1^2 \frac{x}{x^2+1} dx$ e) $\int_0^8 |x-4| dx$ f) $\int_1^2 (\frac{8}{\sqrt{x}} + 7x^3) dx$ g) $\int_2^4 \frac{e^{2x}}{e^{2x}+1} dx$

Exercice 2

Calculer en intégrant par parties a) $\int_0^1 (x+2)e^{-2x+1} dx$ b) $\int_1^2 (x^2+x) \ln x dx$ c) $\int_2^3 \ln x dx$ d) $\int_2^3 \ln(x^2) dx$ e) $\int_2^3 (\ln x)^2 dx$
f) $\int_1^2 x^2 \ln x dx$

Exercice 3

Calculer en utilisant un changement de variables a) $\int_1^4 \frac{\ln(1+\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$ (poser $t = 1 + \sqrt{x}$) b) $\int_0^{\ln 4} e^x \sqrt{1+e^x} dx$ (poser $t = \sqrt{1+e^x}$)
c) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$ (poser $t = \sqrt{x+1}$) d) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$ (poser $t = \ln x$) e) $\int_1^e \frac{(\ln x)^n}{x} dx, n \in \mathbb{N}$

Exercice 4

Calculer a) $\int_4^9 e^{\sqrt{x}} dx$ b) $\int_1^2 x^3 e^{-x^2} dx$ c) $\int_1^2 \frac{x^5}{(1+x^2)^3} dx$ d) $\int_0^2 x^2 (2x^3 - 1)^8 dx$

Exercice 5

Soit la fonction f définie de $[2, 4]$ dans \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{\ln x}$. Etudier f et en déduire un encadrement pour $\int_2^4 \frac{x}{\ln x} dx$.

Exercice 6

Les intégrales suivantes sont-elles convergentes ? a) $\int_0^1 \ln x dx$ b) $\int_1^2 \frac{1}{x-1} dx$ c) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$ d) $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x}}{x+a} dx, a \geq 0$

Exercice 7

Calculer les intégrales doubles suivantes :

1) $\int \int_D (x^2 y + xy + y^2) dx dy \quad D = [0, 1] \times [1, 2]$

2) $\int \int_D x^2 y dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$

3) $\int \int_D \frac{y}{x} dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq y \leq x \leq 2\}$ (intégrer par rapport à x puis par rapport à y)

4) $\int \int_D (x^2 + y^2) dx dy \quad D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq 1\}$