

Université Paris 2 - Licence Sciences Economiques et de Gestion 1ère année
MATHEMATIQUES 2 - Cours de Mme Morhaim

Exercice 1

On considère l'ensemble des couples (x, y) de \mathbb{R}^2 vérifiant l'équation suivante. Parmi ces équations, quelles sont celles qui correspondent à une droite (préciser deux points et un vecteur directeur)? à un cercle (préciser le centre et le rayon)? à un demi-plan (le représenter graphiquement)? à un disque (le représenter graphiquement)?

- a) $2x - y + 1 = 0$
- b) $x^2 + y^2 - 4 = 0$
- c) $x^2 - y^2 - 4 = 0$
- d) $x^2 - y + 1 = 0$
- e) $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 11 = 0$
- f) $x - 4y + 8 \leq 0$
- g) $2x + y - 4 > 0$
- h) $x^2 + y^2 - 16 \leq 0$

Exercice 2

Représenter géométriquement les sous-ensembles de \mathbb{R}^2 suivants et justifier pour chacun d'entre eux s'il est ouvert, fermé, borné, compact.

- a) $E_1 = \{(0, 0), (1, 1), (-1, -1)\}$
- b) $E_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 16 \leq x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 \leq 36\}$
- c) $E_3 = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\}$
- d) $E_4 = \{(x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2 / 0 \leq x_1 \leq 1, 2 < x_2 < 4\}$

Exercice 3

Représenter géométriquement les sous-ensembles de \mathbb{R}^2 suivants et justifier pour chacun d'entre eux s'il est convexe.

- a) $E_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x + y \geq 0, -1 \leq x \leq 1, 0 < y < 2\}$
- b) $E_6 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 + 2x + 4y - 11 < 0\}$
- c) $E_7 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / xy \geq 0\}$
- d) $E_8 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y \leq |x|\}$
- e) $E_9 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y - x^2 \geq 0\}$

Exercice 4

Quel est le domaine de définition des fonctions suivantes? Est-il ouvert, fermé, borné, compact, convexe?

- a) $f_1(x, y) = \frac{2x+y}{x-y}$
- b) $f_2(x, y) = \sqrt{2x-y}$
- c) $f_3(x, y) = \ln(4-x^2-y^2)$
- d) $f_4(x, y) = x^y = e^{y \ln x}$