Division

1°) $y_0 = y \land y \geq 1 \Rightarrow y_0 \geq 1$

$r > 0 \land r = r_0 - y = r_0 - y_0$

$\Rightarrow r_0 - y_0 \geq 0 \Rightarrow r_0 \geq y_0 \geq 1$

$\Rightarrow 2r_0 \geq 2y_0$

$\Rightarrow 4r_0 \geq 2r_0$

$\Rightarrow 4r_0 \geq 2y_0$

$\Rightarrow 4r_0 - 2y_0 \geq 0$

$q \geq 1 \land q = q_0 + 1 \Rightarrow q_0 \geq 0$

$\Rightarrow 2q_0 \geq 0$

$\Rightarrow 4r_0 - 2y_0 + 2q_0 \geq 0$

$\Rightarrow r(x_0, y_0) \geq 0$.

2°) $r(x_0, y_0, q_0, r_0) - r(x, y, q, r)$

$= -2y_0 + 2q_0 + 4r_0 - (-2y + 2q + 4r)$

$= -2y_0 + 2q_0 + 4r_0 + 2y - 2q - 4r$

$= -2y_0 + 2q_0 + 4r_0 + 2y_0 - 2(q_0+1) - 4(r_0 - y_0)$

$= \cancel{-2y_0} + \cancel{2q_0} + \cancel{4r_0} + 2y_0 - \cancel{2q_0} - 2 - \cancel{4r_0} + 4y_0$

$= 4y_0 - 2$

$y_0 \geq 1 \Rightarrow 4y_0 \geq 4 \Rightarrow 4y_0 - 2 \geq 4 - 2 = 2 \geq 1$