Supposons que

$$r(x,y) = ax + by + c$$

satisfaire les conditions de Floyd pour $x \geq 1$ et $y \geq 1$. On a :

1°) $r(x,y) - r(x-y,y) \geq 1$

$$ax+by+c - \left(a(x-y)+by+c\right) \geq 1$$

$$\cancel{ax}+\cancel{by}+\cancel{c} - \cancel{ax} + ay - \cancel{by} - \cancel{c} \geq 1$$

$$ay \geq 1$$

$$a \geq 1$$

2°) $b \geq 0$

Par l'absurde supposons que $b < 0$

soit $y > \dfrac{ax+c}{-b}$ et $y \geq 1$

$$-by > ax+c \quad \text{car } -b > 0$$

$$0 > ax+by+c$$

contraire à la condition $r(x,y) \geq 0$!

3°) $a+b+c \geq 0$

prend $r(x,y) \geq 0$ avec $x = y = 1$

Réciproquement :

a) $a \geq 1 \wedge x \geq 1 \Rightarrow ax \geq a$

$b \geq 0 \wedge y \geq 1 \Rightarrow by \geq b$

$\cancel{ax+by+c \geq a+c \geq}$

$$\Rightarrow ax+by+c \geq a+b+c \geq 0$$

b) $r(x,y) - r(x-y, y) - 1$

$= ay$

≥ 1 car $a \geq 1$ et $y \geq 1$