

# Algorithmique et Programmation

## Devoir n° 1

École normale supérieure – Département d’informatique  
algoL3@di.ens.fr

2016-2017

Le but de ce devoir est d’étudier un algorithme de recherche dichotomique dynamique, ainsi que des algorithmes d’insertion et de suppression.

On suppose tout d’abord que l’on souhaite insérer une clé et rechercher une clé dans un tableau dynamique. Un tableau stocke un ensemble  $S$  de clés distinctes. On suppose que l’ensemble des clés est totalement ordonné (par exemple inclus dans  $\mathbb{N}$ ).

Pour un entier  $n$ , on note  $k = \lceil \log_2(n) \rceil$  et  $\langle n_{k-1}, \dots, n_0 \rangle$  la représentation binaire de  $n$  ( $n = \sum_{i=0}^{k-1} n_i 2^i$ ).

Un tableau dynamique  $A$  stockant  $n$  clés est un ensemble de  $k$  tableaux  $A_0, \dots, A_{k-1}$ . Le tableau  $A_i$  est de taille  $2^i$ . Si  $n_i = 1$ , alors le tableau  $A_i$  est plein, et si  $n_i = 0$ , alors il est vide. On stocke donc bien exactement  $n$  clés. De plus, dans chaque tableau  $A_i$ , les clés sont triés dans l’ordre croissant. Il n’y a aucune relation a priori entre deux éléments de deux tableaux différents.

- (a) Soit  $c$  une clé et  $A$  un tableau dynamique. Expliquer comment effectuer l’opération **Recherche**( $A, c$ ), qui prend en entrée un tableau dynamique et une clé, et renvoie **vrai** ou **faux** selon que la recherche est fructueuse ou non. Analyser son temps d’exécution.
- (b) Soit  $c$  une clé et  $A$  un tableau dynamique. Expliquer comment effectuer l’opération **Insertion**( $A, c$ ) qui prend en entrée  $A$  et  $c$  et renvoie un tableau dynamique contenant les clés de  $A$  et  $c$ . Analyser son temps d’exécution dans le cas le plus défavorable et son temps d’exécution amorti.
- (c) Étudier la manière d’implanter la suppression.