

Algorithmique et Programmation

TD n° 3 : Arbres

École normale supérieure – Département d’informatique
algoL3@di.ens.fr

2015-2016

- Devoir à faire en binôme.
- Règles de collaboration : vous ne devez collaborer qu’avec votre binôme. Vous ne devez pas consulter internet ou d’autres sources pour essayer de trouver des idées de solution. Toutes vos questions doivent être adressées à vos enseignants.
- Devoir à rendre en cours le vendredi 23 octobre à 13h15

Exercice 1. ARBRE AUGMENTÉ

Nous cherchons une structure de données qui nous permette les opérations suivantes. Cette structure garde en mémoire un ensemble d’intervalles qui est au départ l’ensemble vide.

- Insérer un intervalle $[g, d]$.
- Effacer un intervalle $[g, d]$.
- Trouver un intervalle contenant un entier p . Cette dernière opération retourne une erreur si p n’est dans aucun intervalle. Si p est contenu dans plusieurs intervalles, n’importe quel intervalle contenant p peut être retourné.

Nous cherchons une structure de données qui permet de faire ces trois opérations en temps $O(\log(n))$, où n est le nombre d’intervalles présents au moment de l’opération.

Cette structure peut être obtenue à partir d’un arbre de recherche usuel en se rappelant de plus d’informations à chaque noeud (et en mettant à jours ces informations à chaque opération). On dit alors que c’est un arbre de recherche *augmenté*.

(Supposer que les opérations de comparaison et arithmétiques sur entiers délimitant les intervalles se font en temps constant. Ou en d’autres termes, on permet un facteur supplémentaire de \log du plus grand entier reçu en entrée.)

1. Proposer une version augmentée de la structure d’arbre équilibré vue en cours, sur les intervalles pour ce problème, et montrer que nous pouvons trouver un intervalle contenant p en temps $O(\log n)$.

Indication : utiliser le point gauche des intervalles comme clé de l’arbre.

2. Montrer que les autres opérations de la structure d’arbre peuvent toujours être complétés avec la même complexité en temps même si on met à jour les champs supplémentaires.