

Algorithmique et Programmation

TD n° 5 : Graphes non-orientés

École normale supérieure – Département d'informatique
algoL3@di.ens.fr

2014-2015

- Devoir à faire en binôme.
- Règles de collaboration : vous ne devez collaborer qu'avec votre binôme. Vous ne devez pas consulter internet ou d'autres sources pour essayer de trouver des idées de solution. Toutes vos questions doivent être adressées à vos enseignants.
- Devoir à rendre en cours le lundi 3 novembre à 15h30

Exercice 1. ARBRE COUVRANT AVEC POIDS ÉGAUX

Dans un graphe pondéré où les arêtes ont tous des poids différents, l'arbre couvrant minimum est unique. Cet exercice vise à mieux comprendre l'unicité dans le cas général.

1. Donner un exemple de graphe pondéré où l'arbre couvrant minimum est unique mais les poids sur les arêtes ne sont pas tous différents.
2. Soit C un cycle et e une arête de C de poids maximum. Montrer qu'il existe un arbre couvrant de poids minimum qui n'utilise pas l'arête e .
3. Montrer qu'un arbre couvrant minimum T est l'unique arbre couvrant minimum de G si et seulement si la condition suivants est satisfaite :
Si e est l'unique arête de T de S à $V - S$ pour un sous ensemble S des sommets de G , alors e est l'unique arête de poids minimum entre S et $V(G) - S$ dans G .
4. Montrer qu'un arbre couvrant minimum T est l'unique arbre couvrant minimum de G si et seulement si la condition suivants est satisfaite :
Si toutes les arêtes d'un cycle C sont dans T sauf pour e , alors e est l'unique arête de poids maximum dans C .
5. Donner un algorithme pour déterminer si un graphe a un arbre couvrant minimum unique. Montrer qu'il est polynomial.