

Transport optimal : théorie, numérique et applications

Encadrants :

Gabriel Peyré (ENS) et Marco Cuturi (ENSAE)
(gabriel.peyre@ens.fr, marco.cuturi@ensae.fr)

Sujet :

Le transport optimal (TO) est un champ de recherche très actif à l'intersection des probabilités, des équations aux dérivées partielles et de l'optimisation. Le TO propose une manière canonique de définir, à partir d'une distance donnée sur un espace d'observations, une nouvelle distance entre les mesures décrivant des probabilités sur ces observations. Cette distance de TO a de nombreux intérêts. Elle permet en particulier de manipuler et d'interpoler d'une façon géométrique des distributions de probabilité, ce qui ouvre des perspectives très riches en imagerie et en machine learning.

Initialement introduit par Monge au 18^e siècle comme un problème de transfert de masse, le TO optimal a été révolutionné une première fois par Kantorovitch dans les années 40. Ce dernier a proposé une re-formulation comme une optimisation convexe que l'on peut étudier théoriquement et numériquement. Une révolution plus récente a été initiée par Yann Brenier dans les années 90, qui a donné des conditions sous lesquelles ces deux formulations (Monge et Kantorovitch) étaient équivalentes (voir le livre [1]). Enfin, une troisième révolution est en marche, elle a été initiée par la découverte de méthodes numériques simples mais, contrairement aux précédentes, parallélisables et extrêmement rapides [2].

Le but de ce projet est tout d'abord de comprendre la théorie sous-jacente à ces différentes formulations (on pourra lire certains chapitres de [1]) puis d'appliquer l'algorithme de [2] à l'analyse de bases de données de textes. On pourra utiliser la plateforme de codes en ligne (en Python, Matlab ou Julia) www.numerical-tours.com que je développe.

Plusieurs sujets de stages reliés à ce projet sont possibles, en France (Nice, Paris, Bordeaux, Rennes, Nancy), en Europe (Cambridge, Pise, Munich, Berlin, Bonn), en Amérique du Nord (Montreal, Alberta, MIT, NYU) ou au Japon (Tokyo).

Références

- [1] F. Santambrogio. *Optimal transport for applied mathematicians*. Progress in Nonlinear Differential Equations and their applications 87. 2015.
- [2] M. Cuturi. *Sinkhorn distances : Lightspeed computation of optimal transportation*. In Proc. NIPS, vol. 26. 2292-2300. 2013.