

# Triangulations de Delaunay et revêtements de la surface de Bolza

INRIA Sophia Antipolis - Méditerranée

**Contact** Monique Teillaud  
Monique.Teillaud@inria.fr  
<http://www-sop.inria.fr/members/Monique.Teillaud/>

*Ce stage en géométrie algorithmique peut éventuellement être couplé avec le sujet proposé en math-info par Éric Colin de Verdière.*

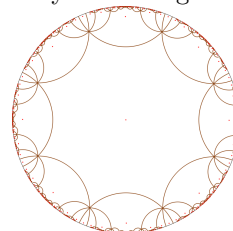
**Mots clés :** plan hyperbolique, translation hyperbolique, surface hyperbolique, groupe fuchsien, groupe de présentation finie.

**Sujet.** L'étude s'appuiera sur un travail récent [1], motivé par les applications des triangulations de Delaunay *périodiques* dans le modèle du disque de Poincaré, modèle conforme du plan hyperbolique  $\mathbb{H}^2$ .

Une triangulation périodique est définie par un ensemble infini de points, image d'un ensemble fini par un groupe discret (non commutatif)  $\Gamma$  engendré par des translations, et tel que l'aire hyperbolique d'un domaine de Dirichlet soit finie (c'est-à-dire un groupe fuchsien cocompact agissant sur  $\mathbb{H}^2$  sans point fixe).

Considérons la projection d'une telle triangulation de Delaunay sur la surface hyperbolique fermée orientable  $M = \mathbb{H}^2/\Gamma$ . Le graphe des arêtes de cette projection peut avoir des cycles de longueur un ou deux. Il existe toujours un revêtement fini de  $M$  dans lequel il n'y a pas de cycle de longueur  $\leq 2$ .

Le stage portera sur le cas particulier d'un groupe de présentation finie définissant la surface de Bolza (surface homéomorphe à un tore à deux anses).



L'étude de ses sous-groupes d'indice fini permet de démontrer qu'il existe un revêtement à 128 nappes de la surface de Bolza dans lequel, quel que soit l'ensemble de points, il n'y a aucun cycle de longueur deux. Ce résultat est probablement non optimal. Le travail consistera à faire des expériences sur des revêtements à 8, 16, 32 nappes, afin de chercher une amélioration.



Pour cela, on utilisera un logiciel de calcul de triangulations de Delaunay dans le plan hyperbolique [2], développé en vue d'être intégré dans la bibliothèque CGAL [3].

## Références

- [1] Mikhail Bogdanov and Monique Teillaud. Delaunay triangulations and cycles on closed hyperbolic surfaces. Research Report 8434, INRIA, December 2013. <http://hal.inria.fr/hal-00921157>.
- [2] M. Bogdanov, O. Devillers, and M. Teillaud. Hyperbolic Delaunay complexes and Voronoi diagrams made practical. In *29th Annual Symposium on Computational Geometry*, 67–76, 2013. <http://hal.inria.fr/hal-00833760>.
- [3] CGAL, Computational Geometry Algorithms Library. <http://www.cgal.org>.

**Prérequis.** C++.