Mots trace-équivalents

Maxime Wolff ; wolff@math.jussieu.fr

27 janvier 2014

Deux mots $m_1(A, B)$, $m_2(A, B)$ en A, B et A^{-1}, B^{-1} sont dits *trace-équivalents* si pour tout choix de matrices A et B dans $\mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$, on a $\mathrm{Tr}(m_1(A, B)) = \mathrm{Tr}(m_2(A, B))$.

On vérifie facilement que pour tous $A, B \in \mathrm{SL}(2, \mathbb{R})$, $\mathrm{Tr}(AB^{-1}) + \mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(A)\mathrm{Tr}(B)$: cela permet d'exprimer la trace de tout mot $m(A, B)$ comme un polynôme en $\mathrm{Tr}(A)$, $\mathrm{Tr}(B)$ et $\mathrm{Tr}(AB)$. Cela permet également d'exhiber des paires de mots trace-équivalents, et qui ne sont pourtant pas conjugués.

Cependant, cette relation d'équivalence est encore assez mal comprise. Par exemple, étant donné un mot $m(A, B)$, on ne sait pas écrire la liste, en temps rapide, des mots trace-équivalents à $m(A, B)$. Une multitude de questions demeurent ouvertes (et actives) autour de cette relation d'équivalence (voir par exemple [1]).

Cette problématique est intimement liée à l'étude des métriques de courbure constante sur les surfaces. Le but de travail sera d'implémenter des calculs de ces traces, et d'apprendre quelques éléments de géométrie hyperbolique, pour à la fois comprendre la géométrie cachée sous l'énoncé de ces questions, et se donner des outils pour aider à y répondre.

Références

[1] Moira Chas, *Self-intersection numbers of length-equivalent curves on surfaces*, arXiv :1311.0503.